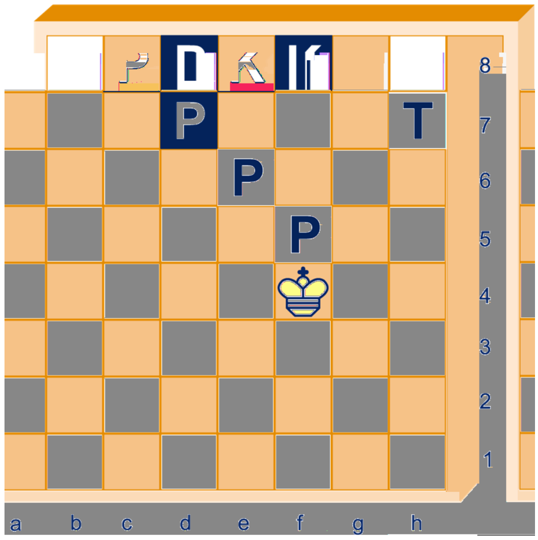
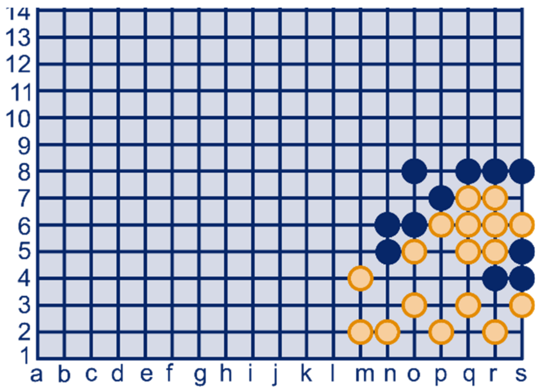
Hoofdstuk 20 COÖRDINATEN VWO

20.0 INTRO

1



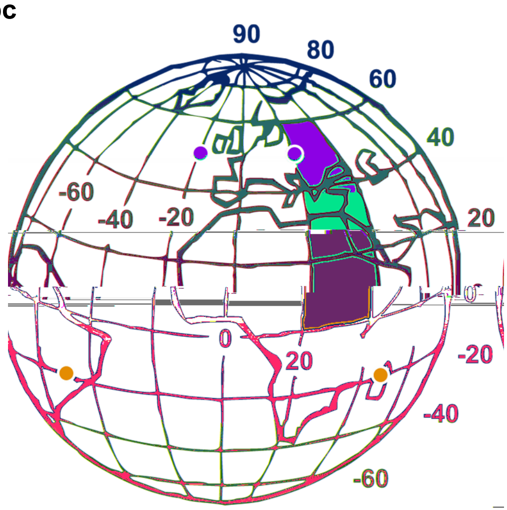
2



20.1 DE WERELD IN KAART

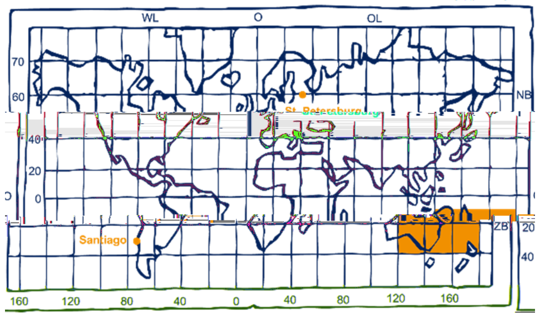
3 B2

4 abc



d 90° NB

5 abd

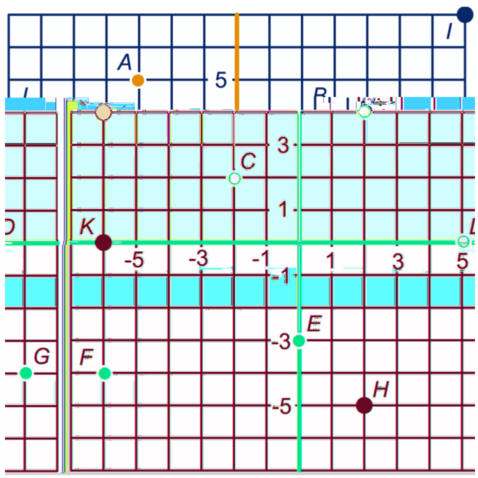


c 3° OL, 50° NB

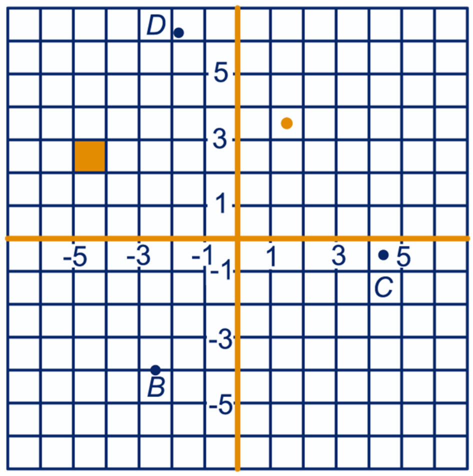
20.2 HET PLATTE VLAK

6 a *A*(-3,5) ; *B*(2,4) ; *C*(-2,2) ; *D*(5,0) ; *E*(0,-3) ; *F*(-6,-4) ; *G*(6,-4)

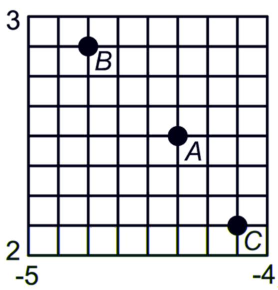
b



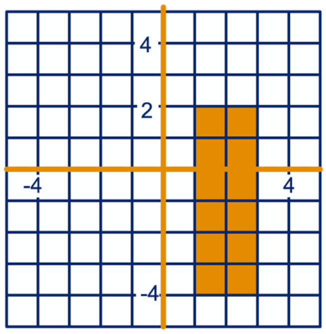
cd



e



7 ab



c (1,-4); (1,2); (3,2); (3,-4)
d (2,-1)

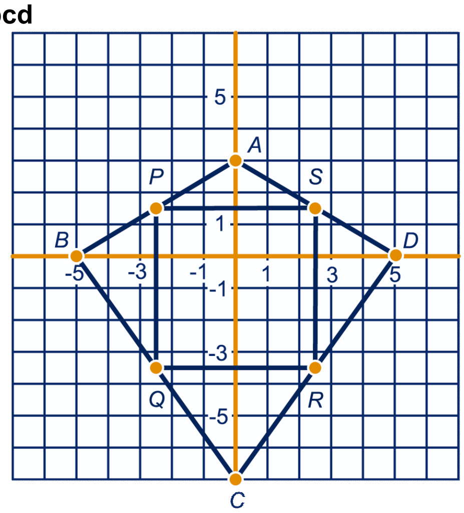
8 De eerste coördinaat ligt tussen -6 en 1.
De tweede coördinaat ligt tussen -6 en -3.

9 b Een ruit.
c Als je 5 stappen naar beneden gaat vanuit het punt (-2,2), kom je in het punt (-2,-3). Het punt *B* krijg je dus door $2\frac{1}{2}$ stap naar beneden te gaan vanuit het punt (-2,2). Dus punt *B* heeft coördinaten $(-2,-\frac{1}{2})$.

Met eenzelfde redenering vind je $C(1\frac{1}{2},-3)$ en $D(5,-\frac{1}{2})$.
d $M(1\frac{1}{2},-\frac{1}{2})$

10 Vanuit punt *A*(-4,1) kom je in punt *B*(3,-5) door 7 stappen naar rechts en 6 stappen naar beneden te gaan.
Punt *D* krijg je door vanuit punt *A*(-4,1) $\frac{2}{3}\cdot 7 = 4\frac{2}{3}$ stap naar rechts en $\frac{2}{3}\cdot 6 = 4$ stappen naar beneden te gaan.
Dus punt *D* heeft eerste coördinaat $-4 + 4\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$ en tweede coördinaat $1 - 4 = -3$, kortweg $D(\frac{2}{3},-3)$.

11 abcd



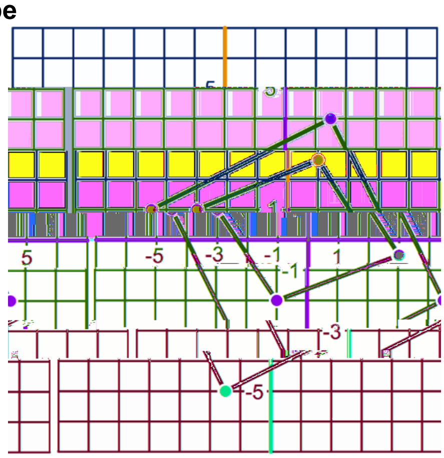
e Een vlieger. Een vierkant.
f Vanuit punt *A*(0,3) kom je in punt *B*(-5,0) door 5 stappen naar links en 3 stappen naar beneden te gaan.
Punt *P* krijg je door vanuit het punt *A*(0,3) $\frac{1}{2}\cdot 5 = 2\frac{1}{2}$ stap naar links en $\frac{1}{2}\cdot 3 = 1\frac{1}{2}$ stap naar beneden te gaan.
Dus punt *P* heeft coördinaten $-2\frac{1}{2}$ en $1\frac{1}{2}$, kortweg $P(-2\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$.

Evenzo bereken je de coördinaten van de punten *Q*, *R* en *S*. Je vindt $Q(-2\frac{1}{2},-3\frac{1}{2})$, $R(2\frac{1}{2},-3\frac{1}{2})$ en $S(2\frac{1}{2},1\frac{1}{2})$.

12 Vanuit punt (-2,2) kom je in punt (1,-4) door 3 stappen naar rechts en 6 stappen naar beneden te gaan.
Punt *A* krijg je door vanuit het punt (-2,2) $\frac{1}{3}\cdot 3 = 1$ stap naar rechts en $\frac{1}{3}\cdot 6 = 2$ stappen naar beneden te gaan.
Dus punt *A* heeft coördinaten -1 en 0, kortweg *A*(-1,0).

Evenzo bereken je de coördinaten van de punten *B*, *C*, *D*, *E* en *F*. Je vindt *B*(0,-2), $C(3,-1\frac{1}{3})$, $D(5,1\frac{1}{3})$, $E(4,3\frac{1}{3})$ en $F(1,2\frac{2}{3})$.

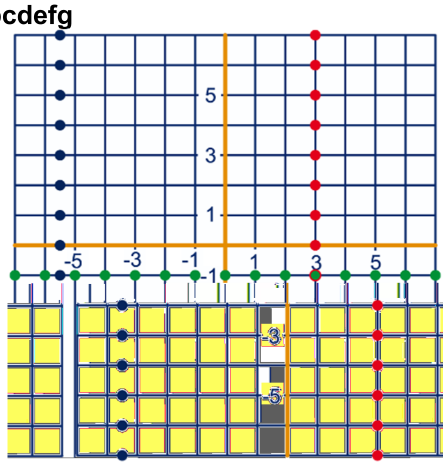
13 abe



c Een parallellogram.
d $(1\frac{1}{2},4)$; $(-4\frac{1}{2},1)$; $(-1\frac{1}{2},-5)$; $(4\frac{1}{2},-2)$

20.3 RECHTE LIJNEN

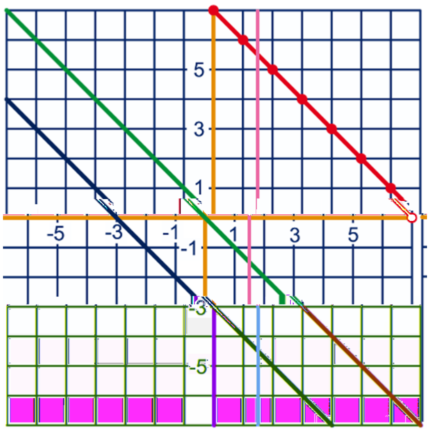
14 abcdefg



h $(-5\frac{1}{2}, -1)$

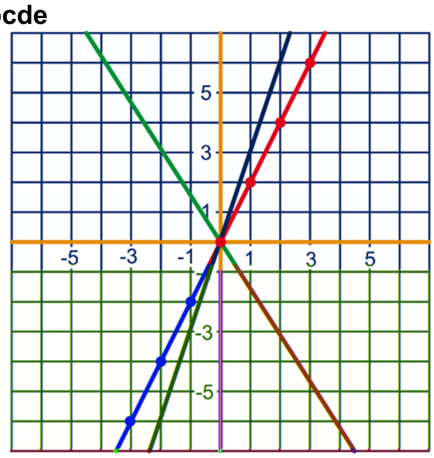
15 a De eerste coördinaat is $-3\frac{1}{2}$.
b Lijn 2: de tweede coördinaat is 0.
Lijn 3: de tweede coördinaat is -3.

16 abdefh



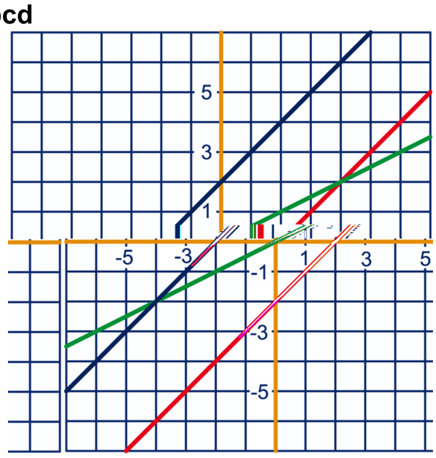
c Bijvoorbeeld $(\frac{1}{2},6\frac{1}{2})$ en $(-1\frac{1}{2},8\frac{1}{2})$.
g De richting is bij alle drie hetzelfde.
i $(1\frac{1}{2},5\frac{1}{2})$
j $(1\frac{1}{2},-4\frac{1}{2})$
k $(1\frac{1}{2},-101\frac{1}{2})$

17 abcde



f (0,0)

18 abcd



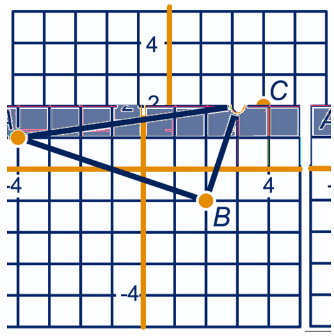
e Ze hebben dezelfde richting.
f (4,2); (-4,-2)
g (-100,-102); (-100,-98); (-100,-50)

20.4 AFSTANDEN

19 a 5
b 10

20 a afstand^2 = $3^2 + 4^2 = 25$, dus afstand = $\sqrt{25} = 5$
b afstand = $\sqrt{1^2+4^2} = \sqrt{17}$
c afstand = $\sqrt{14^2+14^2} = \sqrt{392}$

21 ab



c $AB^2 = 2^2 + 6^2 = 40$, dus $AB = \sqrt{40}$.
$BC^2 = 1^2 + 3^2 = 10$, dus $BC = \sqrt{10}$.
$AC^2 = 7^2 + 1^2 = 50$, dus $AC = \sqrt{50}$.
d $AB^2 + BC^2 = 40 + 10 = 50$; $AC^2 = 50$.
Dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$. Dus $\angle ABC$ is recht.

20.5 TRANSFORMATIES

22 a

nummer vierkant	1	2	3	4	5
coördinaten midden	(2,2)	(3,5)	(4,8)	(5,11)	(6,14)

b (101,299)

23 b De beeldpunten van *A*, *B* en *C* zijn (1,-2), (1,-5) en (7,-2).
c De beeldpunten van *A*, *B* en *C* zijn (-1,2), (-1,5) en (-7,2).
d (100,-200) ; (-100,200) ; (-100,-200)
e $(a,-b)$; $(-a,b)$

24 a

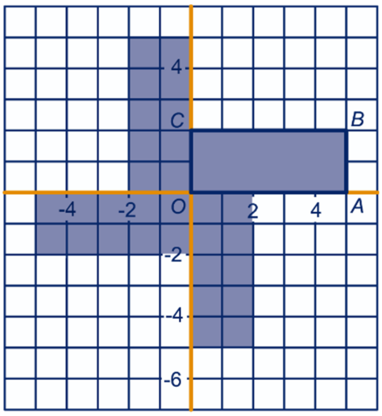
punt	(0,4)	(8,3)	(1,-2)	(-2,5)
beeldpunt	(10,4)	(2,3)	(9,-2)	(12,5)

b (-90,200); (40,-20)

25 a De beeldpunten van *A*, *B* en *C* zijn (2,5), (4,0) en (-2,7).
b (100,-194) ; (-30,26)

26 a De beeldpunten van *A*, *B* en *C* zijn (-5,0), (-5,-2) en (0,-2).
b Een puntspiegeling.
c $(1\frac{1}{2},-2)$
d De beeldpunten van *P*, *Q*, *R* en *S* zijn (3,-4) (8,-4), (8,-2) en (3,-2).
e $(-a,-b)$

27 b

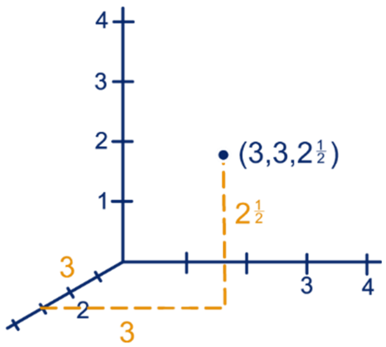


c (2,-5); (-5,-2); (-2,5)
d (200,-100); (-100,-200); (-200,100)
e (*b*,-*a*); (-*a*,-*b*); (-*b*,*a*)

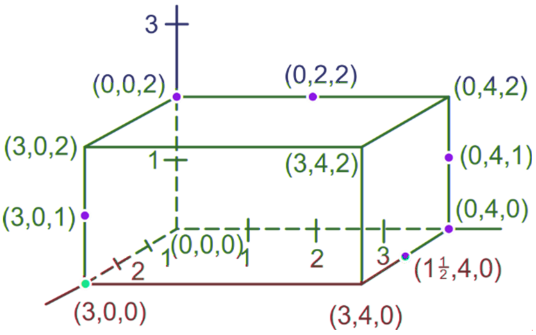
20.6 DE RUIMTE IN

28 (1,3,4); (3,3,4); (2,2,4); (2,4,4); (2,3,3) en (2,3,5)

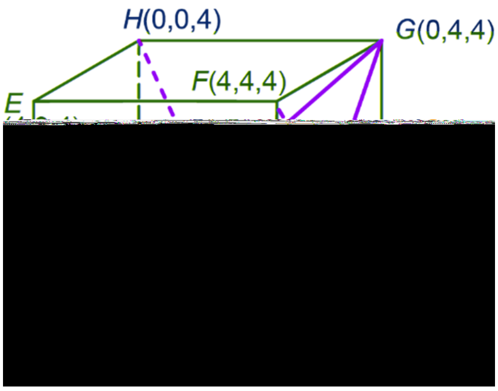
29



30 ab



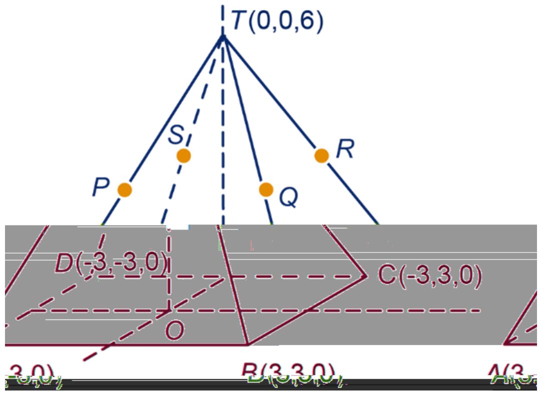
31 ab



c Vanuit punt *B*(4,4,0) kom je in punt *G*(0,4,4) door 4 stappen naar achteren en 4 stappen naar boven te gaan.
Punt *Q* krijg je dus door vanuit punt *B*(4,4,0) 2 stappen naar achteren en 2 stappen naar boven te gaan.
Dus punt *Q* heeft coördinaten (2,4,2).

Als je 2 stappen naar rechts gaat vanuit *P*(2,2,2), kom je in *Q*(2,4,2). Het punt *R* krijg je dus door 1 stap naar rechts te gaan vanuit *P*(2,2,2). Dus punt *R* heeft coördinaten (2,3,2).

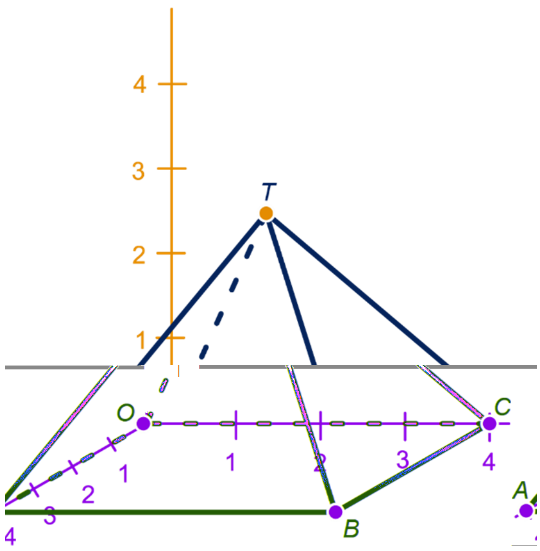
32 ab



c Vanuit punt *A*(3,-3,0) kom je in punt *T*(0,0,6) door 3 stappen naar achteren, 3 stappen naar rechts en 6 stappen naar boven te gaan.
Punt *P* krijg je dus door vanuit punt *A*(3,-3,0) $1\frac{1}{2}$ stap naar achteren, $1\frac{1}{2}$ stap naar rechts en 3 stappen naar boven te gaan. Dus punt *P* heeft coördinaten ($1\frac{1}{2}$,-$1\frac{1}{2}$,3).

Evenzo bereken je de coördinaten van de punten *Q*, *R* en *S*. Je vindt *Q*($1\frac{1}{2}$,$1\frac{1}{2}$,3), *R*(-$1\frac{1}{2}$,$1\frac{1}{2}$,3) en *S*(-$1\frac{1}{2}$,-$1\frac{1}{2}$,3).

33 ab

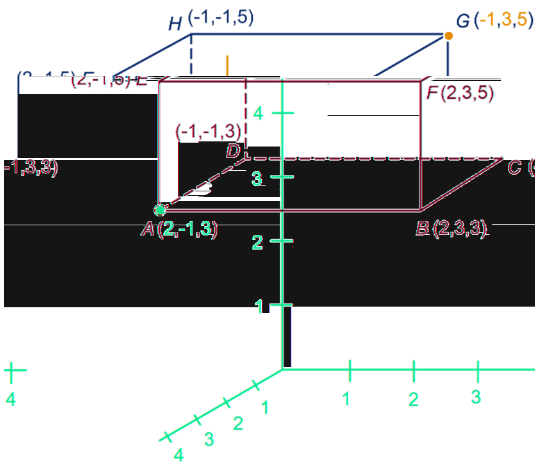


c (2,2,0)

d Vanuit punt $B(4,4,0)$ kom je in punt $T(2,2,3)$ door 2 stappen naar achteren, 2 stappen naar links en 3 stappen naar boven te gaan.
Punt P krijg je dus door vanuit punt $A(4,4,0)$ $\frac{1}{3}\cdot 2=\frac{2}{3}$ stap naar achteren, $\frac{1}{3}\cdot 2=\frac{2}{3}$ stap naar links en $\frac{1}{3}\cdot 3=1$ stap naar boven te gaan.
Dus punt P heeft als coördinaten $(3\frac{1}{3},3\frac{1}{3},1)$.

Evenzo bereken je de coördinaten van punt Q. Je vindt $Q(2\frac{2}{3},2\frac{2}{3},2)$.

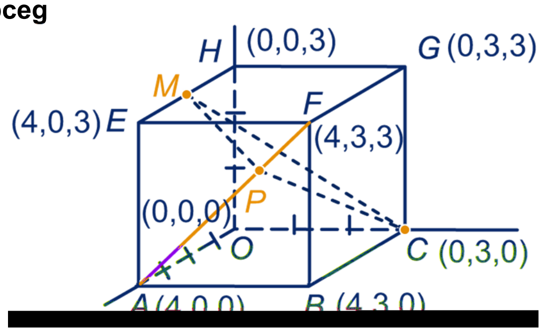
34 a



b 4
c 3 bij 4 bij 2
d $AG^2=3^2+4^2+2^2=29$, dus $AG=\sqrt{29}$.

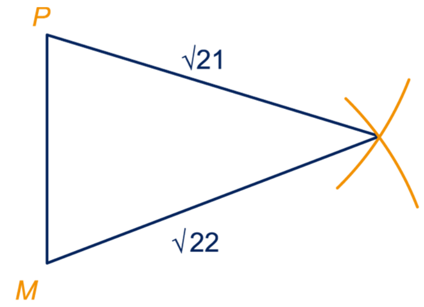
35 a 5 bij 8 bij 3
b $AB^2=5^2+8^2+3^2=98$, dus $AB=\sqrt{98}$.
c afstand $=\sqrt{4^2+5^2+4^2}=\sqrt{57}$

36 abceg



d $M(2,0,3)$
f Vanuit punt $A(4,0,0)$ kom je in punt $F(4,3,3)$ door 3 stappen naar rechts en 3 stappen naar boven te gaan.
Punt P krijg je dus door vanuit punt $A(4,0,0)$ $\frac{2}{3}\cdot 3=2$ stappen naar rechts en $\frac{2}{3}\cdot 3=2$ stappen naar boven te gaan.
Dus punt P heeft als coördinaten $(4,2,2)$.
h $CP^2=4^2+1^2+2^2=21$, dus $CP=\sqrt{21}$.
$CM=\sqrt{2^2+3^2+3^2}=\sqrt{22}$.
$MP=\sqrt{2^2+2^2+1^2}=\sqrt{9}=3$.

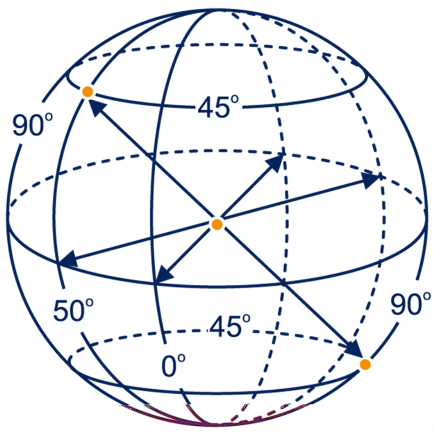
i



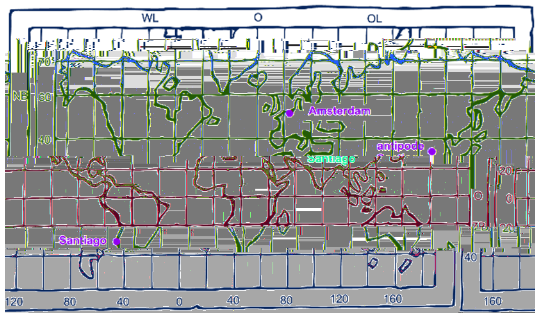
j Nee

SUPER OPGAVEN

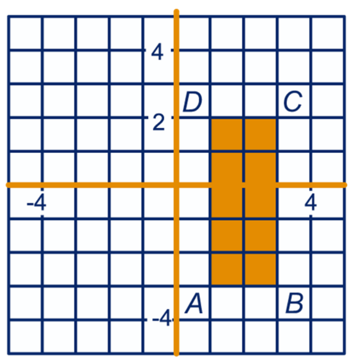
5 a De zuidpool.
b 180° OL, 0° NB
c



d



7 b



c $A(1,-3)$, $B(3,-3)$, $C(3,2)$ en $D(1,2)$.
d (2,-6), (6,-6), (6,4) en (2,4).
e $(x,-3x)$, $(3x,-3x)$, $(3x,2x)$ en $(x,2x)$.

11 a linksboven (a,d); rechtsonder (c,b)

b $E(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c,\ b)$; $F(c,\ \frac{1}{2}b+\frac{1}{2}d)$; $G(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c,\ d)$; $H(a, \frac{1}{2}b+\frac{1}{2}d)$

c $M(\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}c, \frac{1}{2}b+\frac{1}{2}d)$

17 a (2,1)

b (-100,103); (-100,-50)

c $a + b = 3$

d $c = 2d$ (of $d = \frac{1}{2}c$)

22 $(a + 30, b + 10)$

23 a $B(a,-b)$

b $C(-a,-b)$

c $D(-a,b)$

d Punt A.

25 a $A(a,0)$ en $C(0,b)$

b $P(10,0)$, $Q(10 - a,\ 0)$, $R(10 - a,\ b)$ en $S(10,b)$.

c $T(0,6)$, $U(a,6)$, $V(a,6 - b)$ en $W(0,6 - b)$.

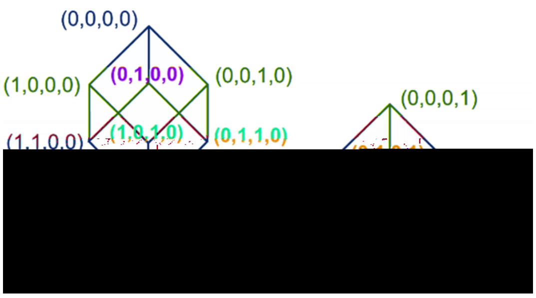
26 a $(-a,-b)$

b $(b,-a)$

c $P(14,\ 6 - b)$, $Q(14 - a,\ 6 - b)$, $R(14 - a,\ 6)$ en $S(14,6)$.

27 $(2x - 3,\ 2y - 2)$

36 b



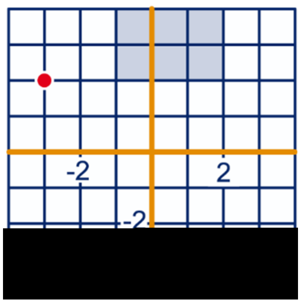
c $2^4 = 16$ hoekpunten en $2 \cdot 12 + 8 = 32$ ribben.

d ja, bijvoorbeeld
(0,0,0,0)→(0,0,0,1)→(0,0,1,1)→(1,0,1,1)
→(1,0,0,1)→(1,1,0,1)→(1,1,1,1)→(0,1,1,1)
→(0,1,0,1)→(0,1,0,0)→(0,1,1,0)→(0,0,1,0)
→(1,0,1,0)→(1,1,1,0)→(1,1,0,0)→(1,0,0,0)
→(0,0,0,0)

20.8 EXTRA OPGAVEN

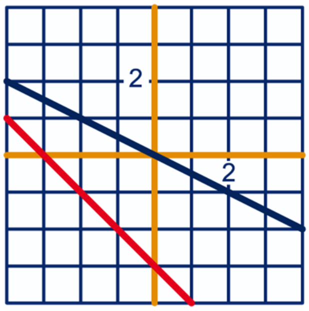
1 b $A(2,-3)$

ce



d Vanuit punt $A(2,-3)$ kom je in punt $B(-3,2)$ door 5 stappen naar links en 5 stappen naar boven te zetten. Dus de eerste coördinaten van het gevraagde punt is $2 - \frac{1}{2} \cdot 5 = -\frac{1}{2}$ en de tweede coördinaat is $-3 + \frac{1}{2} \cdot 5 = -\frac{1}{2}$.

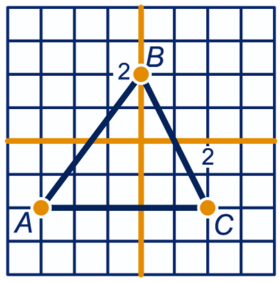
2 abc



d (-6,3)

e (-50,47); (-50,25)

3 ab



c $AB^2 = 4^2 + 3^2 = 25$, dus $AB = 5$

$BC^2 = 4^2 + 2^2 = 20$, dus $BC = \sqrt{20}$

$AC = 5$

4 a (50,5)

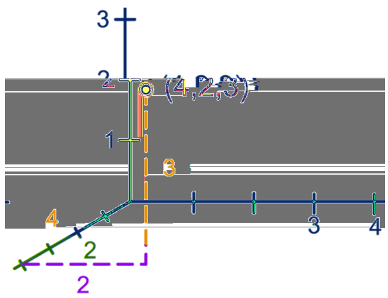
b (70,20) ; (-70,-20)

c (70,40)

d (-70,20)

e (-20,-70)

5 a

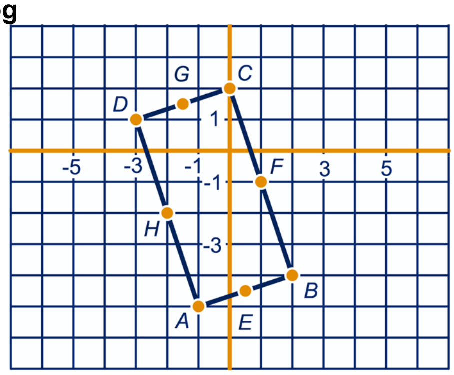


b Vanuit punt (-1,3,-2) kom je in punt (4,2,1) door 5 stappen naar voren, 1 stap naar links en 3 stappen naar boven te gaan.
Je komt dus midden tussen deze twee punten door vanuit punt (-1,3,-2) $\frac{1}{2} \cdot 5 = 2\frac{1}{2}$ stap naar voren, $\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ stap naar links en $\frac{1}{2} \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$ stap naar boven te

gaan. Dus het gevraagde punt heeft als coördinaten $(1\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$.

c Afstand is $\sqrt{5^2+1^2+3^2}=\sqrt{35}$.

6 abg



c $AB^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, dus $AB = \sqrt{10}$

$BC^2 = 2^2 + 6^2 = 40$, dus $BC = \sqrt{40}$

$AC^2 = 1^2 + 7^2 = 50$, dus $AC = \sqrt{50}$

d $AB^2 + BC^2 = 10 + 40 = 50$
Dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
Dus $\angle ABC$ is recht.

e Een rechthoek.

f Het snijpunt van AC met BD ligt op de helft van lijnstuk AC. Dus de eerste coördinaat van het snijpunt is $-1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = -\frac{1}{2}$.
De tweede coördinaat van het snijpunt is $-5 + \frac{1}{2} \cdot 7 = -1\frac{1}{2}$.
Dus het snijpunt heeft coördinaten $(-\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$.

h Punt E ligt midden tussen A en B. Om van punt A naar E te komen, moet je $\frac{1}{2} \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$ stap naar rechts en $\frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$ stap naar boven.
Dus punt E heeft als coördinaten $(\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2})$.
Evenzo bereken je $F(1,-1)$, $G(-1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2})$ en $H(-2,-2)$.

i Een ruit.

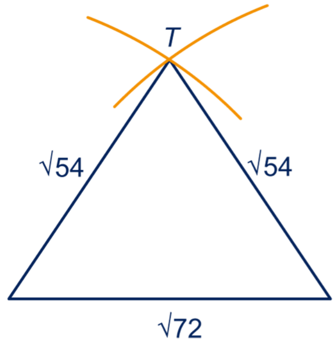
7 a Vanuit punt $A(3,-3,0)$ kom je in punt $T(0,0,6)$ door 3 stappen naar achteren, 3 stappen naar rechts en 6 stappen naar boven te gaan. Het onderste verdeelpunt krijg je door vanuit punt A $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ stap naar achteren, $\frac{1}{3} \cdot 3 = 1$ stap naar rechts en $\frac{1}{3} \cdot 6 = 2$ stappen naar boven te gaan. Dus dit verdeelpunt heeft coördinaten $(2,-2,2)$.

Evenzo bereken je de coördinaten van het tweede verdeelpunt: $(1,-1,4)$.

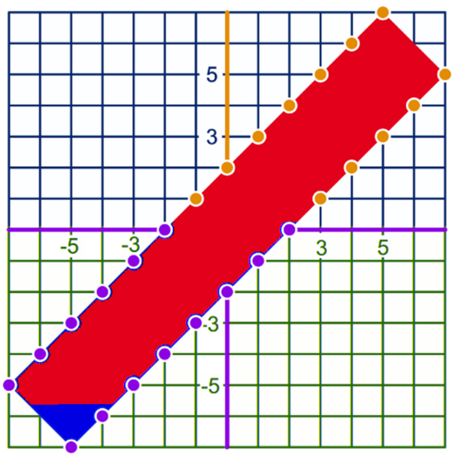
b Vanuit punt $A(3,-3,0)$ kom je in punt $B(3,3,0)$ door 6 stappen naar rechts te gaan. Het linker verdeelpunt krijg je door vanuit punt A $\frac{1}{5} \cdot 6 = \frac{6}{5}$ stap naar rechts te gaan. Dus dit verdeelpunt heeft coördinaten $(3,-1\frac{4}{5},0)$.
Evenzo bereken je de coördinaten van de andere verdeelpunten: $(3,-\frac{3}{5},0)$, $(3,\frac{3}{5},0)$ en $(3,1\frac{4}{5},0)$.

c $AC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$, dus $AC = \sqrt{72}$
$AT^2 = 3^2 + 3^2 + 6^2 = 54$, dus $AT = \sqrt{54}$

d



8 abcd

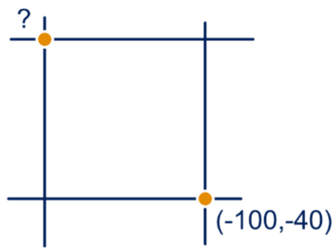


e Het verschil van de twee coördinaten is kleiner dan 2.

f (100,99), (100,100) en (100,101)

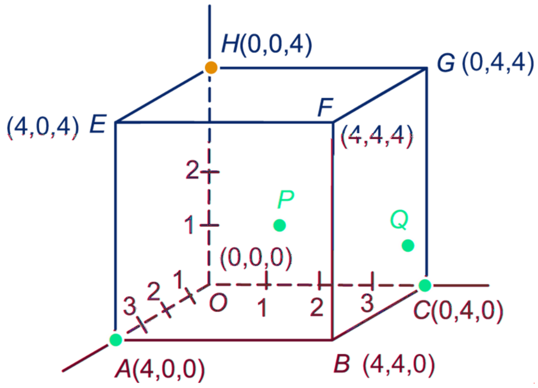
9 a (-15,35)

b (-101,-39)

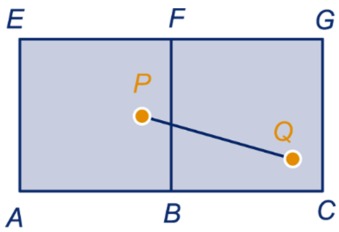


c (-76,70)

10 abc

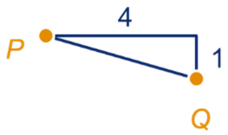


de



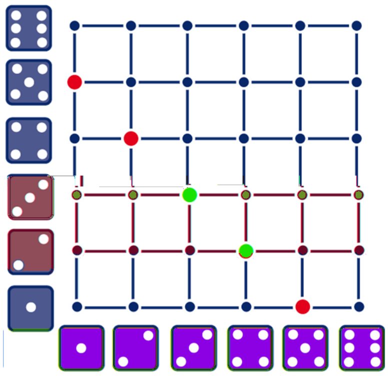
f $PQ^2 = 4^2 + 1^2 = 17$

$PQ = \sqrt{17}$



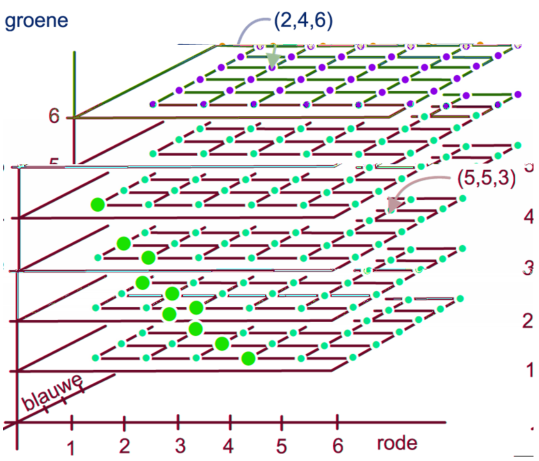
g $(4,4,1\frac{3}{4})$

11 a



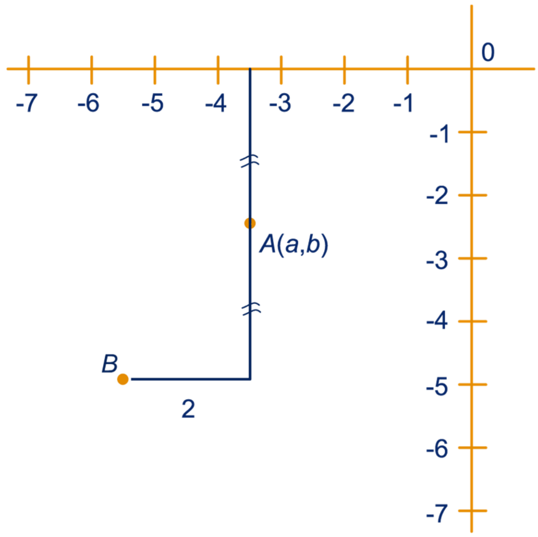
b $r + b = 6$

c



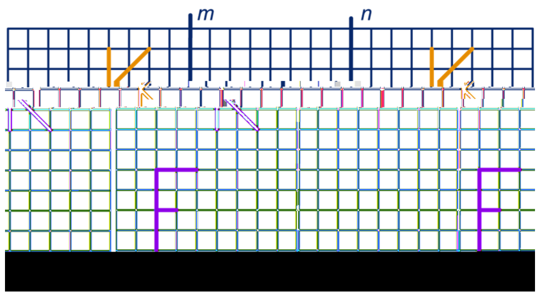
d $r + b + g = 6$

12 a



b $(a - 1, 1\frac{1}{2}b)$

13 ab



c Een verschuiving van 16 eenheden naar rechts.

d Opnieuw een verschuiving van 16 eenheden naar rechts.

e Je krijgt dan een verschuiving van 16 eenheden naar links.

f Een verschuiving van 24 eenheden naar rechts.

g $(a + 42, b)$

h $(a - 42, b)$