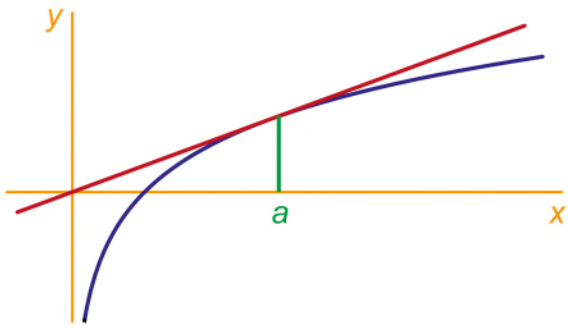
De Wageningse Methode **Zelftoets 10 Klas V5b**

Naam: **Exponentiële functies**



1 Er is een raaklijn aan de grafiek van $y = \ln(x)$ die door de oorsprong gaat. Noem de *x*-coördinaat van het raakpunt *a*.

Er geldt: $\left[\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\ln(x)\right]_{x=a} = \frac{\ln(a)}{a}$.

a Leg dat uit.

b Bereken exact uit deze vergelijking welk getal *a* is.

2 Gegeven is de functie $f : x \to x^x$ met $x > 0$.

a Teken de grafiek van de functie op de GR.

b Leg uit dat $x^x = \mathrm{e}^{x \cdot \ln(x)}$.

c Bewijs dat $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x^x) = x^x\left(1 + \ln(x)\right)$.

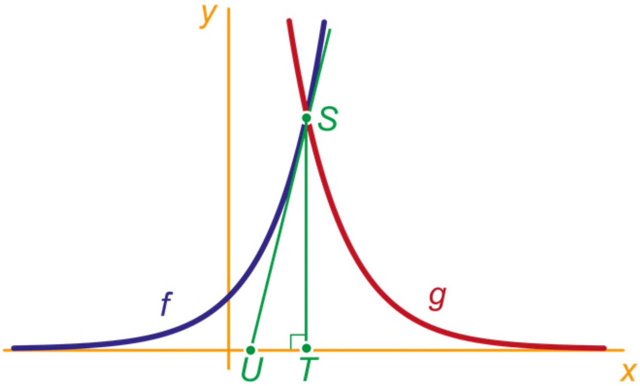
d Bereken exact de minimale waarde die x^x kan aannemen.

3 Los de volgende vergelijkingen exact op:

- $2 \cdot \ln(x) + \ln(2) = 4$
- $\ln(x) = -\ln(x) + 4$
- ${}^{2}\log(x + 75) = 4 + {}^{2}\log(x)$

Schrijf je antwoorden zo eenvoudig mogelijk.

4 Hieronder staan de grafieken van de functies $f: x \to e^x$ en $g: x \to e^{3-x}$.



a Hoe ontstaat de grafiek van g uit die van $h: x \to e^{-x}$ door verschuiven? En door vermenigvuldigen?
Bewijs je antwoord.

De raaklijnen aan de beide grafieken in het snijpunt S en de x-as sluiten een driehoek in.

b Bereken de oppervlakte van de driehoek exact.

Een horizontale lijn snijdt de grafieken in twee punten met afstand 6.

c Geef een vergelijking van die lijn.
(Twee mogelijkheden!)

5 We bekijken alle mogelijke functies met een formule van de vorm $y = x^p \cdot \ln(x)$, waarbij p elk reëel getal mag zijn.

a Neem $p = 3$ en toon aan dat het exacte minimum van de functie $-\frac{1}{3e}$ is.
Voor welke waarde van x wordt dit minimum bereikt?

b Bereken exact voor welke waarde van p het buigpunt van de grafiek x-coördinaat 1 heeft.

6 f is de functie met $f(x) = x + 3^{-x}$.

a Teken de grafiek op de GR.

Je ziet dat de grafiek voor grote x bijna een rechte lijn is.

b Verklaar dit uit de formule van $f(x)$.

c Toon aan dat ${}^{3}\log(\ln(3))$ de exacte waarde van x is, waarvoor het minimum van $f(x)$ bereikt wordt.