

Hoofdstuk 17 PYTHAGORAS HAVO

17.1 INTRO

1 b

c

6 A: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 \cdot 4 = 26 \text{ m}^2$
 B: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 = 20 \text{ m}^2$
 C: $6^2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 4 = 18 \text{ m}^2$
 D: 20 m^2
 E: 26 m^2

- 7 a** A: 2,2 cm
 B: 5,0 cm
 C: 3,2 cm
 D: 4,1 cm
- b** Voor elke zijde geldt dat het de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden van 3 en 4 cm is. Dus alle vier de zijden zijn even lang.

17.2 RECHTHOEKIGE DRIEHOEKEN

- 2 a** Oppervlakte vlag is $80 \cdot 125 = 10.000 \text{ cm}^2$.
b Oppervlakte blauw is $10.000 : 2 = 5000 \text{ cm}^2$.

3 A: $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$
 B: $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$
 C: $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6 \text{ cm}^2$
 D: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9 \text{ cm}^2$
 E: $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15 \text{ cm}^2$
 F: $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 7\frac{1}{2} \text{ cm}^2$

- 4 a** Oppervlakte borders is $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 15 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 175 \text{ m}^2$.
b Oppervlakte gazon is $600 - 175 = 425 \text{ m}^2$.

5 abc

d Grootste oppervlakte is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \text{ cm}^2$.

$\angle a + \angle b + \angle c = 180^\circ$ (gestrekte hoek).
 Omdat $\angle a + \angle b = 90^\circ$ geldt dat $\angle c = 90^\circ$.
 Dus alle vier de hoeken zijn 90° .

- c** Oppervlakte oranje totaal is $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 24$.
d Oppervlakte blauwe vierkant is $49 - 24 = 25$.
e Een vierkant met oppervlakte 25 heeft zijden van lengte 5.
- 8 a** $50 \cdot 5 = 250$; $50 \cdot 4 = 200$; $50 \cdot 3 = 150$
b Afstand is $20 \cdot 5 = 100 \text{ cm}$.
c De hoek is kleiner dan 90° .
d De afstand is meer dan 100 cm.
- 9 a** Oppervlakte kleinere vierkant is $17^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 169$.
b Lengte is 13, want $13 \cdot 13 = 169$.
- 10 a** Oppervlakte kleinere vierkant is $23^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 = 289$
b

17.3 DE STELLING VAN PYTHAGORAS

12

| | A | B | C | D |
|----------|-----|-----|-------------------|-----|
| 3-4-5 | 9 | 16 | $9 + 16 = 25$ | 25 |
| 5-12-13 | 25 | 144 | $25 + 144 = 169$ | 169 |
| 8-15-17 | 64 | 225 | $64 + 225 = 289$ | 289 |
| 20-21-29 | 400 | 441 | $400 + 441 = 841$ | 841 |

13 a Oppervlakte kleinere vierkant is

$$3^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 5. \text{ Klopt}$$

b Oppervlakte derde vierkant is

$$5^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 13.$$

c A: 4; 4; 8

B: 2; 4; 10

C: 2; 8; 10

D: 5; 10; 17

d A en C.

14 a = 3; b = 12; c = 2; d = 6; e = 6; f = 5; g = 3

15 Berekening x:

$$16^2 + x^2 = 34^2$$

$$x^2 = 900$$

$$x = 30$$

Berekening y:

$$y^2 + 60^2 = 61^2$$

$$y^2 = 121$$

$$y = 11$$

Berekening m:

$$24^2 + 7^2 = m^2$$

$$m^2 = 625$$

$$m = 25$$

Berekening n:

$$16^2 + 63^2 = n^2$$

$$n^2 = 4225$$

$$n = 65$$

Berekening p:

$$p^2 + 20^2 = 101^2$$

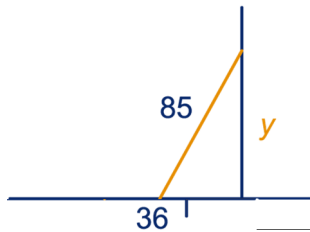
$$p^2 = 9801$$

$$p = 99$$

16 a $x^2 = 84^2 + 13^2 = 7225$

$$x = 85 \text{ dm}$$

b

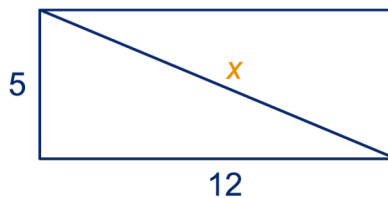


c $y^2 + 36^2 = 85^2$

$$y^2 = 5929$$

$$y = 77 \text{ dm}$$

17



$$x^2 = 5^2 + 12^2 = 169$$

Dus $x = 13$.

De foto is 13 bij 18 cm.

18 a



b $x^2 + 10^2 = 26^2$

$$x^2 = 576$$

$$x = 24$$

Hoogte boom is $24 + 2 = 26 \text{ m}$.

17.4 RECHT OF NIET?

19 $c^2 = 21^2 + 28^2 = 1225$, dus $c = 35$

20 $7^2 + 4^2 = 65 > 8^2$

De driehoek is niet rechthoekig.

21 $30^2 + 16^2 = 1156$

$$34^2 = 1156$$

De driehoek is rechthoekig.

17.5 WORTELS

22 a $c^2 = 2^2 + 3^2 = 13$

b Ja, langer dan 3,6 cm want $12,96 < 13$.

23 3

$$2 \cdot 3 = 6$$

$$2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2 \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$\sqrt{4} = 2$$

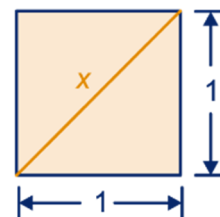
$$168$$

$$168$$

24 a $x^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$$x = \sqrt{2}$$

b $2\sqrt{2}; 3\sqrt{2}$



25 $7^2 + 5^2 = 74$

Dus de lengte van de schuine zijde is

$$\sqrt{74} \approx 8,60.$$

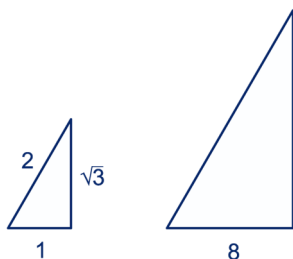
26 a $y^2 = 14^2 - 10^2 = 96$, dus $y = \sqrt{96} \approx 9,80$
b $z^2 = y^2 + 2^2 = 96 + 4 = 100$, dus $z = 10$

27 a $x^2 = 12^2 - 9^2 = 63$, dus $x = \sqrt{63}$
 $y^2 = 14^2 - 9^2 = 115$, dus $y = \sqrt{115}$
b $AB = x + y = \sqrt{63} + \sqrt{115} \approx 18,7$

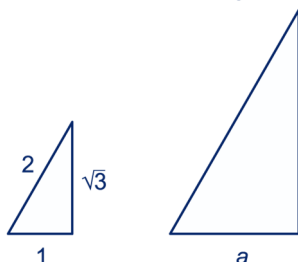
28 $a^2 = 1^2 + 3^2 = 10$, dus $a = \sqrt{10}$
 $b^2 = a^2 + 1^2 = 11$, dus $b = \sqrt{11}$
 $c^2 = b^2 + 1^2 = 12$, dus $c = \sqrt{12}$
 $d^2 = c^2 + 1^2 = 13$, dus $d = \sqrt{13}$

17.6 SPECIALE DRIEHOEKEN

- 29 a** 1 (de helft vanwege symmetrie)
b $BC^2 = 2^2 - 1^2 = 3$, dus $BC = \sqrt{3}$.
c De tweede driehoek is de eerste uitvergroot met factor 8, de zijden zijn dus: 8, 16, $8\sqrt{3}$.



- d** De tweede driehoek is de eerste uitvergroot met factor a , de zijden zijn dus: a , $2a$, $a\sqrt{3}$.



- 30 a** $4\sqrt{2}$, de vergrotingsfactor is namelijk 4.
b $a\sqrt{2}$

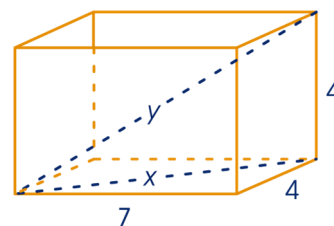
- 31** figuur A: 45° , 7, $7\sqrt{2}$
 figuur B: 30° , 5, $5\sqrt{3}$
 figuur C: 90° , $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$
 figuur D: 60° , $6\sqrt{3}$, 12
 figuur E: 90° , $3\sqrt{3}$, $6\sqrt{3}$

17.7 DE RUIJTE IN

- 32 a** $12^2 + 9^2 = 225$, dus links: 8 bij $\sqrt{225} = 15$ dm
 $12^2 + 8^2 = 208$, dus midden: 9 bij $\sqrt{208}$ dm
 $9^2 + 8^2 = 145$, dus rechts: 12 bij $\sqrt{145}$ dm
b $x^2 = 12^2 + 9^2 = 225$
 $z^2 = 8^2 + x^2 = 64 + 225 = 289$
 $z = \sqrt{289} = 17$

c $y^2 = 8^2 + 9^2 = 145$
 $z^2 = 12^2 + y^2 = 289$
 $z = \sqrt{289} = 17$

- 33** Zie plaatje voor letters.
 $x^2 = 4^2 + 7^2 = 65$
 $y^2 = x^2 + 4^2 = 81$, dus $y = 9$

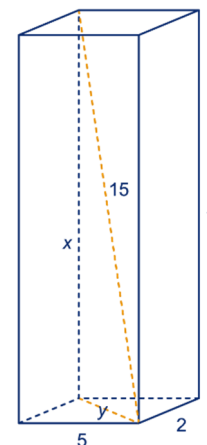


- 34 a** Mark rond tussentijds twee keer af.
b $y^2 = 2^2 + 2^2 = 8$
 $x^2 = y^2 + 1^2 = 9$
 dus $y = \sqrt{9} = 3$ dm precies!

35 $\sqrt{3^2 + 4^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13$ dm

36 $\sqrt{6^2 + 6^2 + 7^2} = \sqrt{121} = 11$

- 37** Zie plaatje voor letters.
 $y^2 = 2^2 + 5^2 = 29$
 $x^2 + y^2 = 15^2$, dus $x^2 + 29 = 225$
 $x = \sqrt{196} = 14$ m.

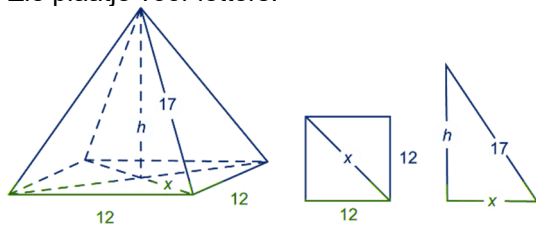


17.8 GEMENGDE OPGAVEN

- 38 a** $BC^2 = 15^2 - 9^2 = 144$, dus $BC = \sqrt{144} = 12$
 $BD^2 = 20^2 - 12^2 = 256$, dus $BD = \sqrt{256} = 16$
b $AD = 25$, dus $AD^2 = AC^2 + CD^2$, dus $\angle C$ is recht.
c De zijden van driehoek ABC zijn 9, 12 en 15. De zijden van driehoek ACD zijn $1\frac{2}{3}$ keer zo groot, dus de driehoeken ABC en ACD zijn gelijkvormig. Hieruit volgt dat $\angle C$ recht is.

- 39** linker figuur:
 $x^2 = 19^2 - 17^2 = 72$, dus $x = \sqrt{72}$
 $y^2 = 18^2$

40 Zie plaatje voor letters.



$$x^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

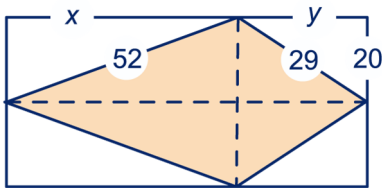
$$h^2 + x^2 = 17^2, \text{ dus } h^2 + 72 = 289$$

$$\text{dus } h = \sqrt{217} \approx 14,7.$$

41 a $AB^2 = 7^2 + 1^2 = 50$, dus $AB = \sqrt{50}$
 $AC^2 = 6^2 + 3^2 = 45$, dus $AC = \sqrt{45}$
 $AD^2 = 5^2 + 4^2 = 41$, dus $AD = \sqrt{41}$
 $AE^2 = 5^2 + 5^2 = 50$, dus $AE = \sqrt{50}$
 $AF^2 = 4^2 + 6^2 = 52$, dus $AF = \sqrt{52}$

b Geldt: $AB^2 = AC^2 + BC^2$?
 $BC^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, dus
 $AB^2 = 50 = 45 + 5 = AC^2 + BC^2$, dus
 $\angle ACB$ is recht.

42 a Zie plaatje voor letters.



$$x^2 = 52^2 - 20^2 = 2304, \text{ dus } x = 48$$

$$y^2 = 29^2 - 20^2 = 441, \text{ dus } y = 21$$

$$\text{dus } x + y = 69 \text{ cm}$$

b Oppervlakte vlieger is $\frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 69 = 1380 \text{ cm}^2$.

43 a $\angle ABC = 180^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 45^\circ$

b $DB = 2$ en $BC = 2\sqrt{2}$ (driehoek BCD is een $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ -driehoek)
 $AD = 2 \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ en $AC = 2 \cdot 2 = 4$
 (driehoek ACD is een $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ -driehoek)
 Dus $AB = 2 + 2\sqrt{3} \approx 5,5$, $AC = 4$ en
 $BC = 2\sqrt{2} \approx 2,8$.

44 a Ada: $\sqrt{10^2 + 10^2} + \sqrt{30^2 + 20^2} =$
 $\sqrt{200} + \sqrt{1300} \approx 50,198 \text{ meter}$

Bart: $\sqrt{10^2 + 20^2} + \sqrt{20^2 + 20^2} =$
 $\sqrt{500} + \sqrt{800} \approx 50,645 \text{ meter}$
 De route van Bart is 4 dm langer.

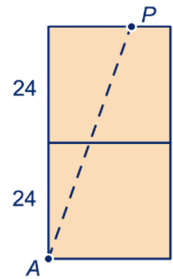
b $AB = \sqrt{40^2 + 30^2} = \sqrt{2500} = 50 \text{ meter}$

45 a Nee.

b $AP^2 = 16^2 + 48^2 = 2560$
 dus $AP = \sqrt{2560} \approx 50,6 \text{ cm}$.

46 linker figuur:
 $3^2 + (2x + 1)^2 = 5^2$
 dus $(2x + 1)^2 = 16$, zodat
 $2x + 1 = 4$, dus $x = 1,5$.

rechter figuur:
 $x^2 + (2x)^2 = 10^2$
 $x^2 + 4x^2 = 5x^2 = 100$
 $x^2 = 20$
 dus $x = \sqrt{20}$.



SUPER OPGAVEN

3 bovenste driehoek:
 $\frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} ab$

onderste driehoek:
 $\frac{1}{2} \cdot 2x \cdot 6x = 6x^2$

6 A: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot 5a = 36a^2 - 10a^2 = 26a^2$

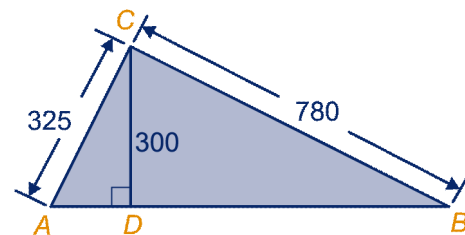
B: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot 4a = 36a^2 - 16a^2 = 20a^2$

C: $6a \cdot 6a - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3a \cdot 3a = 36a^2 - 18a^2 = 18a^2$

10 $(1 - x + x)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot (1 - x) = 1 - 2x(1 - x) =$
 $1 - 2x + 2x^2$

16 Volgens de stelling van Pythagoras geldt:
 $x^2 + 45^2 = (75 - x)^2$
 $x^2 + 2025 = 5625 - 150x + x^2$
 $150x = 3600$
 $x = 24$

20 Zie plaatje voor letters.

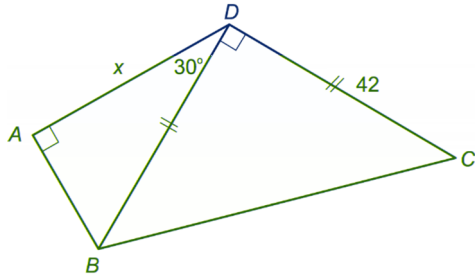


$AD^2 = 325^2 - 300^2 = 15.625$, dus $AD = 125$
 $BD^2 = 780^2 - 300^2 = 518.400$, dus $BD = 720$
 dus $AB = 125 + 720 = 845$
 $AB^2 = 845^2 = 714.025$
 $AC^2 + BC^2 = 325^2 + 780^2 = 714.025$
 Dus driehoek ABC is rechthoekig.

26 $AB^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, dus $AB = \sqrt{13}$.

- 27 De lengte van de zijde van het grote vierkant is $\sqrt{125}$ cm.
Elk van de vijf stukken heeft een oppervlakte van 25 cm^2 . De lengte van de zijde van een klein vierkant is dus 5 cm.
Dus de breedte van het L-vormige stuk is $\sqrt{125} - 10$ cm.

31



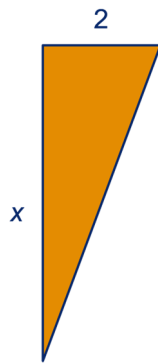
Driehoek BCD is een $45^\circ-45^\circ-90^\circ$ -driehoek, dus $BD = 42$.

Driehoek ABD is een $30^\circ-60^\circ-90^\circ$ -driehoek, dus $x = AD = 21 \cdot \sqrt{3} = 21\sqrt{3}$.

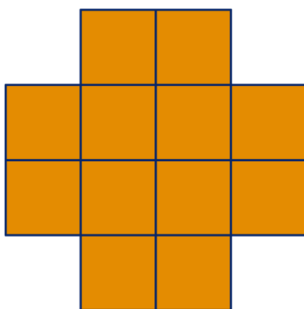
- 35 a Aangezien de inhoud van de kubus 27 cm^3 is, zijn de ribben 3 cm lang. De lengte van de lichaamsdiagonaal is $\sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{27}$.
- b Lengte lichaamsdiagonaal is $\sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2}$.
- c Alleen voor $a = 3$.

- 36 a Oppervlakte voorgevel is $\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4,8 = 9,6 \text{ m}^2$.

- b Hiernaast is één van de acht dakvlakken getekend. x is de schuine kant van de voorgevel.
Dus $x^2 = 2^2 + 4,8^2 = 27,04$, zodat $x = 5,2$.
Oppervlakte dakvlak is $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5,2 = 5,2 \text{ m}^2$.
Oppervlakte dak is $8 \cdot 5,2 = 41,6 \text{ m}^2$.



- c Dakgoot is schuine zijde van dakvlak.
 $x^2 + 2^2 = 27,04 + 4 = 31,04$, dus de goot is $\sqrt{31,04} \approx 5,6 \text{ m}$.
- d De hokjes zijn 1 cm bij 1 cm.



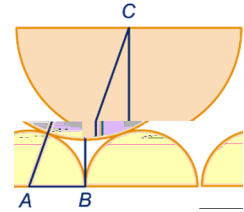
- 39 Stel de hoogte is h dm, dan zijn de lengte en de breedte $2h$ dm. Hieruit volgt dat lichaamsdiagonaal² = $h^2 + (2h)^2 + (2h)^2 = 9h^2 = 15^2 = 225$.
Hieruit volgt dat $h^2 = 25$, en dus $h = 5$ dm.

- 41 $AC = 1 + 2 = 3$ dm

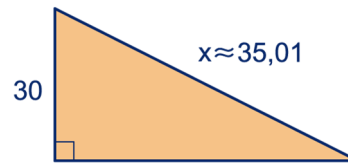
$$AB = 1 \text{ dm}$$

$$AC = \sqrt{3^2 - 1^2} = \sqrt{8} \text{ dm.}$$

Dus het bankje is $\sqrt{8}$ dm hoog.



- 44 a $\pi \cdot x = 110$, dus $x = 110 : \pi \approx 35,01$ cm
b Zie plaatje voor letters.



$b =$ breedte

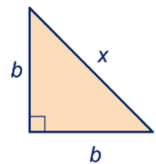
$$b^2 + 30^2 = x^2, \text{ dus } b^2 = 325,986\dots$$

$$b = \sqrt{325,986\dots} \approx 18 \text{ cm}$$

- c $b^2 + b^2 = x^2 = 1225,986\dots$

$$b^2 = 1225,986\dots : 2 = 612,993\dots$$

$$b = \sqrt{612,993\dots} \approx 25 \text{ cm}$$



- 45 a Omtrek grondcirkel is $\frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 27 \approx 56$ cm.

- b De straal van de grondcirkel van de kegel is $\frac{1}{3} \cdot 2\pi \cdot 27 : 2\pi = 9$ cm,
hoogte² = $27^2 - 9^2 = 648$,
dus hoogte $\approx 25,46$ cm.

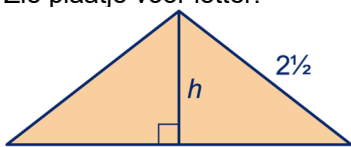
17.10 EXTRA OPGAVEN

- 1 a $AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, dus $AC = 10$
 $DB^2 = 17^2 - 8^2 = 225$, dus $DB = 15$
 $AB = AD + DB = 6 + 15 = 21$
- b $AB^2 = 21^2 = 441$
 $AC^2 + BC^2 = 10^2 + 17^2 = 389$
 $441 \neq 389$, dus $\angle ACB$ is niet recht.
- 2 a Opp. ABC is $3 \cdot 7 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = 10$.
- b $AB^2 = 3^2 + 1^2 = 10$, dus $AB = \sqrt{10}$
 $BC^2 = 7^2 + 1^2 = 50$, dus $BC = \sqrt{50}$
 $AC^2 = 6^2 + 2^2 = 40$, dus $AC = \sqrt{40}$
- c Er geldt: $AB^2 + AC^2 = BC^2$, dus $\angle BAC$ is recht.
- 3 $3 \cdot 14 = 42$
 $2 \cdot \sqrt{8} \cdot 2 \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = 4 \cdot 8 = 32$
24
14
 $\sqrt{9} = 3$

- 4 $x^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16 = 32$, dus $x = \sqrt{32} \approx 5,66$
 $y^2 = 5^2 + x^2 = 25 + 32 = 57$, dus $y = \sqrt{57} \approx 7,55$
- 5 linker driehoek:
 $2\sqrt{3}$ en 4 want een 30° - 60° - 90° -driehoek
 middelste driehoek:
 $4\sqrt{3}$ en 4 want een 30° - 60° - 90° -driehoek
 rechter driehoek:
 10 en $10\sqrt{2}$ want een 45° - 45° - 90° -driehoek

- 6 Lengte lichaamsdiagonaal is
 $\sqrt{18^2 + 13^2 + 6^2} = 23$ cm.
 De breinaald past dus niet in de doos.

- 7 a Zie plaatje voor letter.

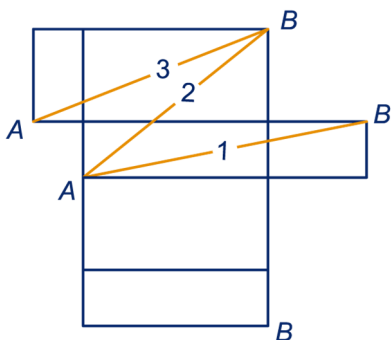


$$h^2 = (2\frac{1}{2})^2 - 2^2 = 2\frac{1}{4}$$

dus $h = 1\frac{1}{2}$.

- b Oppervlakte driehoek is $1\frac{1}{2} \cdot 2 = 3$.

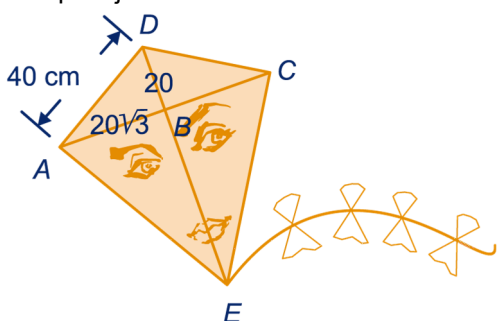
- 8 a



- b Zie onderdeel a.

- c lengte route 1 is $\sqrt{30^2 + 5^2} = \sqrt{925}$
 lengte route 2 is $\sqrt{20^2 + 15^2} = \sqrt{625}$
 lengte route 3 is $\sqrt{25^2 + 10^2} = \sqrt{725}$
 Dus route 2 is het kortst.

- 9 a Zie plaatje voor letters.



$$\angle ABC = 90^\circ \text{ en } \angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 120^\circ = 60^\circ$$

Driehoek ABC is dus een 30° - 60° - 90° -driehoek, dus

AB is de helft van de korte diagonaal = $20\sqrt{3}$.

De lengte van de korte diagonaal is dus $40\sqrt{3}$.

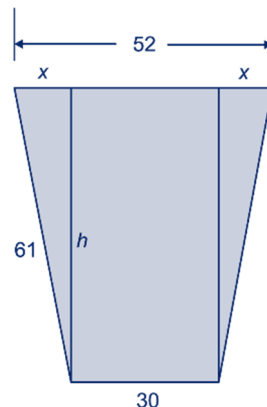
- b Driehoek ADE is een gelijkzijdige driehoek, dus de lengte van de lange zijde is $40\sqrt{3}$.
- c Driehoek ABE is een 30° - 60° - 90° -driehoek, dus $BE = 60$ zodat $CE = 80$.
 De oppervlakte van de vlieger is
 $\frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 40\sqrt{3} = 1600\sqrt{3}$.

- 10 Zie plaatje voor letters.

$$x = \frac{1}{2} \cdot (52 - 30) = 11$$

$$h^2 = 61^2 - 11^2 = 3600$$

dus $h = 60$.

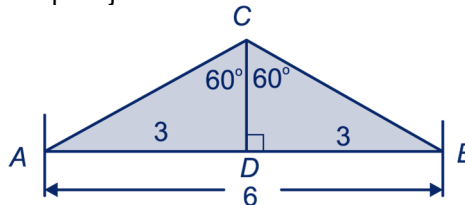


- 11 a $a^2 = (7\frac{1}{2})^2 + 30^2 = 956\frac{1}{4}$

dus $a \approx 30,92$ cm

- b $b = 2\pi \cdot 7\frac{1}{2} = 15\pi \approx 47,12$ cm

- 12 Zie plaatje voor letters.



Teken de hoogtelijn CD . We krijgen zo twee 30° - 60° - 90° -driehoeken, namelijk driehoek ADC en driehoek BCD .

Dus $BC = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}$.

De oppervlakte van driehoek ABC is

$$\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 3\sqrt{3} (\approx 5,2).$$

- 13 $AE^2 = 2^2 + 3^2 = 13$, dus $AE = \sqrt{13}$

Driehoek ABC en driehoek EDC zijn gelijkvormig. De overeenkomstige zijden verhouden zich als $2 : 3$.

Dus $AC = \frac{2}{5} \cdot AE = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{13}$.