

deel 2a havo

de **Wageningse** Methode

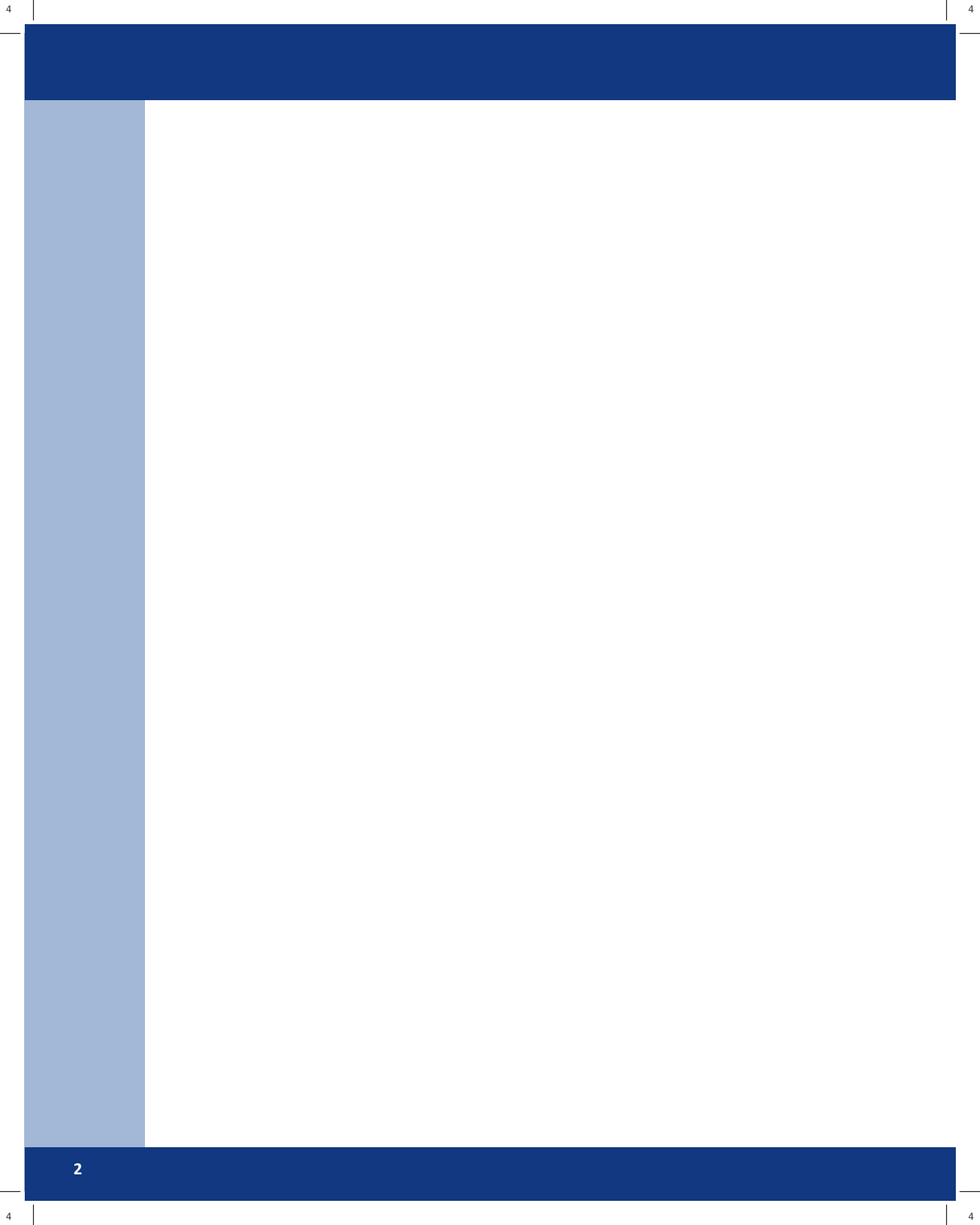


Copyright © 2019 Stichting de Wageningse Methode
Auteurs Leon van den Broek, Ton Geurtz, Maris van Handel, Erik van Haren
Dolf van den Hombergh, Henk Reuling, Daan van Smaalen
Homepage www.wageningse-methode.nl
ISBN 01234567890-0-0
Illustraties Wilson Design Uden
Distributie Iddink Voortgezet Onderwijs BV, Postbus 14, 6710 BA Ede

Niets uit deze uitgave mag verveelvuldigd en/of openbaar gemaakt worden door middel van druk, fotokopie, microfilm of op elke andere wijze ook, zonder voorafgaande toestemming van de houder van het copyright.

Inhoudsopgave

20	Coördinaten Pilot	3
20.1	Intro	4
20.2	De wereld in kaart	6
20.3	Het platte vlak	8
20.4	Rechte lijnen	14
20.5	Afstanden	17
20.6	De ruimte in	18
20.7	Eindpunt	21
20.8	Extra opgaven	23
	Hints	29
20	Coördinaten Pilot	29
	Index	30



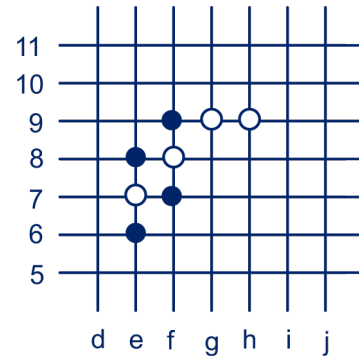


20.1 Intro

2

In het plaatje zie je een deel van het speelveld. Zwart is begonnen. Zijn stenen staan op e6, e8, f7 en f9. Wit heeft zijn stenen op e7, f8, g9 en h9 gezet. Nu is zwart aan zet.

- Waar moet hij een steen plaatsen om niet te verliezen (als wit slim speelt)?
- Speel tegen de computer op www.spellengrot.nl/spellen/Go+Bang.



3

Bij het spel Solitaire is het doel om met geldige zetten het bord leeg te spelen, op één pion na. Een pion mag over één naburige pion springen en landen het in het volgende lege vakje. In figuur 1 is een sprong weergegeven met een pijl. We noteren die met c1-c3.

De pion waar over heen gesprongen is, wordt van het veld gehaald. Je mag horizontaal en verticaal springen, maar niet diagonaal. Een geldige zet is een ketting van aaneensluitende sprongen.

- Probeer het eens uit op de volgende 'site'.
- Zoek een manier te vinden om met geldige sprongen de opstelling in figuur 1 uit te spelen. Noteer je zetten.

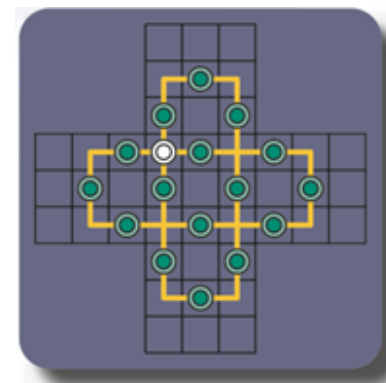


figuur 1

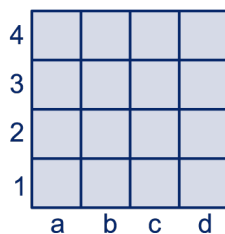
De langste zet op een Solitaire bord bestaat uit 16 sprongen, zie figuur 2.

- Noteer deze zet: d4-d6-...
De kolommen zijn van links naar rechts: a tot en met i.
De rijen zijn van boven naar beneden: 1 tot en met 9

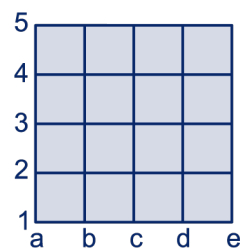
Let op het verschil in de manier van plaatsbepaling. Bij Boterkaas-en-eieren worden de vakken gecodeerd. Het rondje of kruisje staat immers in een vak. Bij het spel gobang staan de stenen op snijpunten van lijnen. Bij gobang worden daarom de horizontale en verticale lijnen gecodeerd. Links zie je plaatsbepaling met behulp van vakken. Rechts zie je plaatsbepaling met behulp van snijpunten van lijnen.



figuur 2



plaatsbepaling met behulp van vakken



plaatsbepaling met behulp van snijpunten van lijnen

20.2 De wereld in kaart

4

In een atlas worden de twee manieren van plaatsbepaling gebruikt. De kaarten worden door lijnen verdeeld in vakken. Zowel de vakken als de lijnen zijn gecodeerd. In het plaatje zie je een voorbeeld.

In welk vak ligt Haarlem?

Op de kaart van Nederland zie je bij de lijnen getallen staan. Dit zijn de lengte- en breedtegraden. Al sinds de Griekse tijd worden plaatsen op aarde voorzien van zogenaamde coördinaten. Dat zijn getallen die iets vertellen over de ligging van een plaats. In de tweede eeuw voor Christus ontwikkelde Hypparchos van Alexandrië het systeem van lengte- en breedtecirkels zoals dat nu dus nog steeds gebruikt wordt. Het systeem werkt als volgt.

Elke plaats op aarde ligt tussen 180° westerlengte en 180° oosterlengte en tussen 90° noorderbreedte en 90° zuiderbreedte. De evenaar is de breedtecirkel die hoort bij 0° . De lengtecirkel die hoort bij 0° wordt de meridiaan van Greenwich genoemd.

Op de aardbol is de plaats aangegeven die op 20° oosterlengte en 50° noorderbreedte ligt.

We zeggen: de coördinaten zijn 20° OL, 50° NB.

5



- Geef op de aardbol op het werkblad de drie plaatsen met de volgende coördinaten aan: 20° WL, 50° NB; 50° OL, 20° ZB; 50° WL, 20° ZB.
- Kleur op het werkblad het gebied waar de plaatsen liggen tussen 20° OL en 40° OL en tussen 0° NB en 60° NB.
- Geef ook de noordpool aan op de aardbol.

Om de noordpool aan te geven is maar één coördinaat nodig.

- Wat is die coördinaat?

6



Op kaarten staan vaak breedte- en lengtecirkels. Daarmee kan dan de ligging van een plaats worden bepaald.

St. Petersburg ligt op 30° OL, 60° NB.

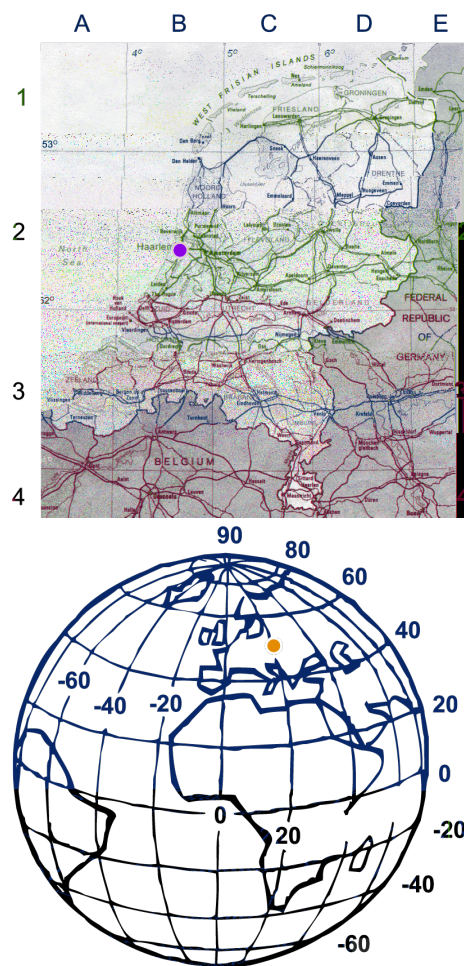
- Geef St. Petersburg met een stip op de kaart op het werkblad aan.
- Kleur op de kaart het gebied dat ligt tussen 120° OL en 180° OL en tussen 40° ZB en 10° ZB.

Op de kaart is Amsterdam aangegeven.

- Lees af wat de coördinaten zijn van Amsterdam.

Santiago de Chile ligt op 70° WL, 33° ZB.

- Geef Santiago met een stip aan.



20.2 De wereld in kaart

6

Twee punten op aarde heten elkaars antipoden (tegenvoeters) als ze precies tegenover elkaar liggen. Hun verbindingslijn gaat dus door het midden van de aarde.

- a Wat is de antipode van de noordpool?
- b En wat is de antipode van het punt 0° OL, 0° NB?

Op de wereldbol ligt een punt op 50° WL.

- c Wat weet je van de antipode van dit punt?

Een punt ligt op 40° NB.

- d Wat weet je van de antipode van dit punt?



20.3 Het platte vlak

Punten en coördinaten

Net als bij het systeem van lengte- en breedtecirkels, gebeurt plaatsbepaling in de wiskunde met behulp van de snijpunten van lijnen. We werken echter niet met noorderbreedte, zuiderbreedte, oosterlengte en westerlengte. In de wiskunde gebruiken we een rooster waarin de lijnen met positieve en negatieve getallen zijn gecodeerd, een zogenaamd assenstelsel.



In het plaatje zie je een **assenstelsel**. Het bestaat uit een horizontale en een verticale as die loodrecht op elkaar staan. Deze assen worden **coördinaatassen** genoemd. Het snijpunt van de twee de coördinaatassen noemen we de **oorsprong O** .

De plaats van roosterpunten in het assenstelsel kunnen we met twee getallen aangeven. We noemen deze getallen **coördinaten**. Met de eerste coördinaat geven we aan hoever het punt ligt van de verticale as:

- naar rechts rekenen we positief;
- naar links negatief.

Met de tweede coördinaat geven we aan hoever het punt van de horizontale as af ligt:

- naar boven rekenen we positief;
- naar beneden negatief.

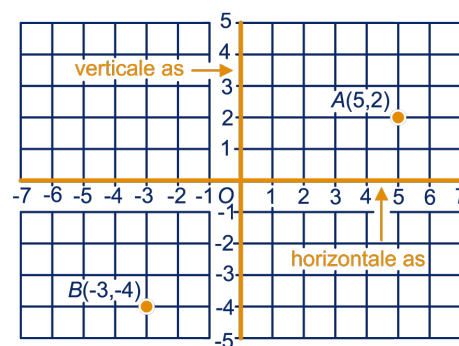
We schrijven een coördinatenpaar tussen haakjes. De oorsprong O krijgt zo de coördinaten $(0,0)$. In het assenstelsel zijn met een stip de roosterpunten $A(5,2)$ en $B(-3,-4)$ aangegeven.

Punt $A(5,2)$ ligt:

- 5 eenheden rechts van de verticale as;
- 2 eenheden boven de horizontale as.

Punt $B(-3,-4)$ ligt:

- 3 eenheden links van de verticale as;
- 4 eenheden onder de horizontale as.



name:
re-
mark
file:
re-
mark
sta-
te:
un-
known

Opmerking

De horizontale as wordt ook wel de x -as genoemd en de verticale as de y -as.

De eerste coördinaat noemen we dan ook wel de x -coördinaat en de tweede coördinaat de y -coördinaat.

20.3 Het platte vlak

7



Met behulp van coördinaten kun je plaatjes tekenen.

Met het (gratis) online computerprogramma 'GeoGebra' kun je op die manier tekeningen maken. Daarvoor gebruik je dan de commando's *Lijnstuk* en *Veelhoekslijn*.

Bijvoorbeeld met het commando *Lijnstuk*[[3, 1), (4, 3]]

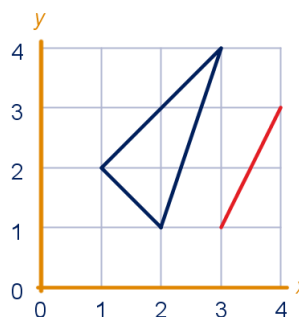
krijg je het rode lijnstukje zoals in de figuur hiernaast.

En met het commando *Veelhoekslijn*[[2, 1), (3, 4), (1, 2), (2, 1)]

krijg je het driehoekje.

(De Engelstalige commando's hiervoor zijn *Segment* en *Polyline*.)

GeoGebra



Teken in je schrift een rooster met assenstelsel van 10 hokjes horizontaal en 13 hokjes verticaal. Je kunt ook het rooster op het werkblad gebruiken.

a Teken in het rooster *met de hand* het plaatje dat je krijgt door de volgende 9 commando's van GeoGebra te combineren:

- *Veelhoekslijn*[[3, 4), (1, 2), (0, 3), (4, 7), (2, 9), (2, 11), (4, 13), (6, 13), (8, 11), (8, 9), (6, 7), (10, 3), (9, 2), (7, 4)]
- *Veelhoekslijn*[[3, 5), (3, 3), (4, 2), (6, 2), (7, 3), (7, 5)]
- *Veelhoekslijn*[[2, 0), (4, 1), (4, 2)]
- *Veelhoekslijn*[[8, 0), (6, 1), (6, 2)]
- *Veelhoekslijn*[[3, 0), (4, 1), (4, 0)]
- *Veelhoekslijn*[[6, 0), (6, 1), (7, 0)]
- *Veelhoekslijn*[[3, 10), (3, 11), (4, 11), (4, 10), (3, 10)]
- *Veelhoekslijn*[[6, 10), (6, 11), (7, 11), (7, 10), (6, 10)]
- *Veelhoekslijn*[[5, 8), (6, 9), (4, 9), (5, 8)]

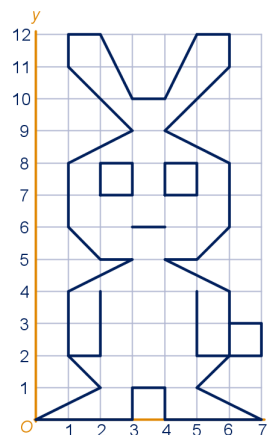
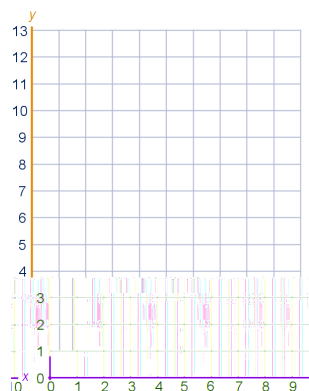
b Controleer je tekening door de figuur ook met 'GeoGebra' te tekenen.

c Schrijf bij het plaatje hiernaast de bijbehorende GeoGebra-commando's op.

Controleer je commando's door ze in GeoGebra in te geven.

d Teken in een rooster met potlood een leuk plaatje (maar niet te ingewikkeld) en schrijf de bijbehorende commando's op. Vraag een klasgenoot het plaatje te tekenen aan de hand van jouw commando's.

Controleer de tekening met behulp van GeoGebra.

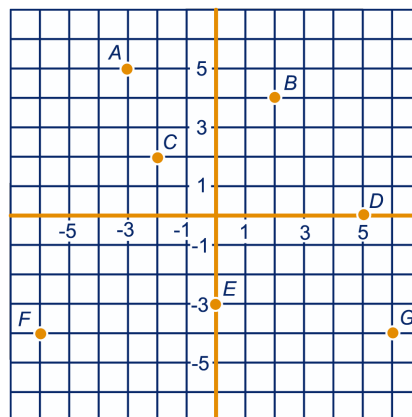


20.3 Het platte vlak

8

name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

- a Noteer de coördinaten van de roosterpunten die met een stip zijn aangegeven in het assenstelsel.
- b Neem het assenstelsel over op ruitjespapier en teken daarin de punten met de volgende coördinaten; zet de bijbehorende letter erbij:
 $H(2,-5)$, $I(7,7)$, $J(-6,4)$ en $K(-6,0)$.



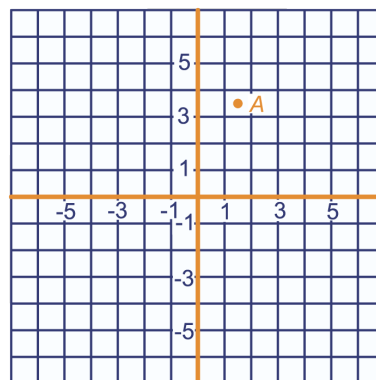
Ook aan punten die geen roosterpunten zijn, kunnen we coördinaten toekennen. De coördinaten zijn dan geen gehele getallen meer.

In het assenstelsel is A het punt $(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$.

- c Neem het assenstelsel over en geef de volgende punten zo nauwkeurig mogelijk aan; zet de bijbehorende letter erbij:

$$B(-2\frac{1}{2}, -4), C(4\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \text{ en } D(-1\frac{3}{4}, 6\frac{1}{4}).$$

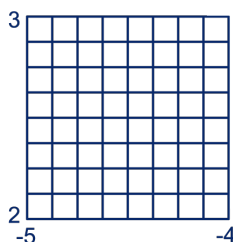
- d Kleur in het assenstelsel het gebied waar de punten liggen waarvan de eerste coördinaat ligt tussen -5 en -4 en de tweede coördinaat ligt tussen 2 en 3 .



Het is moeilijk om in het assenstelsel van opgave 8c punten met niet-gehele coördinaten heel nauwkeurig aan te geven. In het plaatje zie je het stuk van het assenstelsel dat je in opgave 8d gekleurd hebt, vergroot afgebeeld.

- e Neem dit vergrote deel van het assenstelsel over op ruitjespapier en geef daarin de precieze plaats van de volgende punten aan; schrijf de letters erbij:

$$A(-4\frac{3}{8}, 2\frac{1}{2}), B(-4\frac{3}{4}, 2\frac{7}{8}) \text{ en } C(-4\frac{1}{8}, 2\frac{1}{8}).$$



9

In het assenstelsel hiernaast zijn twee lijnstukken getekend: lijnstuk AB en lijnstuk CD .

Je kunt de lijnstukken naar beide zijden verlengen.

De lijn door AB snijdt dan de verticale as. Dat punt noemen we punt P .

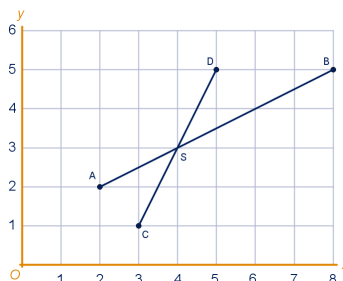
De lijn door CD snijdt de horizontale as in punt Q .

- a Schrijf de coördinaten op van punten P en Q .

Het midden van lijnstuk AB is punt M .

- b Schrijf de coördinaten op van punt M .

- c Wat zijn de coördinaten van snijpunt S van de lijnstukken?



20.3 Het platte vlak

Punt E ligt op de lijn door A en B . De eerste coördinaat van E is 20.

d Schrijf de coördinaten op van punt E .

 Hint 1.

Punt F ligt op de lijn door C en D . De tweede coördinaat van F is 15.

e Schrijf de coördinaten op van punt F .

 Hint 2.

10

a Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Laat de horizontale en de verticale as van -5 tot en met 5 lopen.

b Kleur het gebied waarin de punten liggen waarvan de eerste coördinaat ligt tussen 1 en 3 en de tweede coördinaat tussen -4 en 2 .

c Geef de coördinaten van de vier hoekpunten van dit gebied.

d Geef de coördinaten van het middelpunt van dit gebied.

10

We bekijken alle mogelijke punten met de eigenschap: de eerste coördinaat ligt tussen -7 en 3 , -7 en 3 mag ook; de tweede coördinaat ligt tussen 100 en 200 , 100 en 200 mag ook.

a Welke vorm heeft het gebied waarin deze punten liggen?

b Wat zijn de hoekpunten van dit gebied?

c Hoeveel roosterpunten liggen er in dit gebied?



20.4 Rechte lijnen

Horizontale en verticale lijnen

14

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7.
- Kleur alle roosterpunten waarvan de eerste coördinaat gelijk is aan 3 rood.

Ook van het punt $(3, -2\frac{1}{2})$ is de eerste coördinaat 3.

- Kleur ook dit punt rood en kleur nog een paar punten rood waarvan de eerste coördinaat gelijk is aan 3.

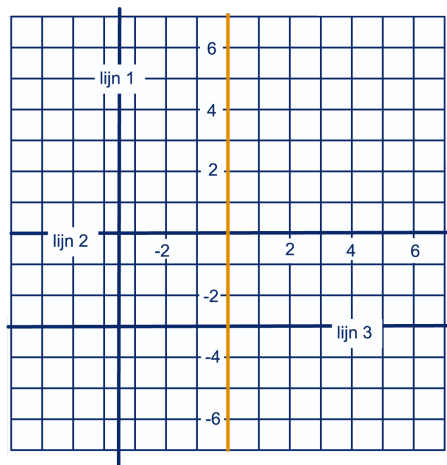
Alle punten waarvan de eerste coördinaat gelijk is aan 3 vormen een lijn.

- Kleur die lijn rood.
- Kleur de lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste coördinaat $-5\frac{1}{2}$ is blauw
- Kleur alle roosterpunten groen waarvan de tweede coördinaat gelijk is aan -1.
- Kleur de lijn waarop alle punten liggen waarvan de tweede coördinaat gelijk is aan -1 groen.
- Wat zijn de coördinaten van het punt dat zowel op de blauwe als de groene lijn ligt?

15

In het assenstelsel zijn drie lijnen getekend.

- Wat kun je zeggen over de coördinaten van de punten die op lijn 1 liggen?
- Dezelfde opdracht voor lijn 2 en lijn 3.



Meer rechte lijnen

16

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7.

We bekijken de roosterpunten met de volgende eigenschap:
de som van de eerste coördinaat en de tweede coördinaat is 7.
Een punt met deze eigenschap is bijvoorbeeld $(9, -2)$.

- Welk punt met eerste coördinaat 7 voldoet?
- Kleur alle roosterpunten die voldoen, rood.

20.4 Rechte lijnen

Er zijn ook punten die geen roosterpunten zijn waarvoor geldt dat de som van de eerste coördinaat en de tweede coördinaat gelijk is aan 7.

d Geef de coördinaten van twee van die punten.

Alle punten waarvoor geldt: *de som van de eerste coördinaat en de tweede coördinaat is 7*, liggen op een rechte lijn.

e Kleur die lijn rood.

f Kleur blauw de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de eerste coördinaat en de tweede coördinaat gelijk is aan -3.

g Kleur groen de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de eerste coördinaat en de tweede coördinaat gelijk is aan 0.

h Wat valt je op als je de richtingen van de drie getekende lijnen met elkaar vergelijkt?

i Teken de verticale lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste coördinaat gelijk is aan $1\frac{1}{2}$.

De lijn die je net tekende, **snijdt** de rode lijn; dat wil zeggen: er is een punt dat op beide lijnen ligt. Dit punt wordt het **snijpunt** genoemd.

j Geef de coördinaten van dat snijpunt.

k Geef ook de coördinaten van het snijpunt van de verticale lijn en de blauwe lijn.

Er is een punt op de verticale lijn waarvan de som van de coördinaten gelijk is aan -100.

l Geef de coördinaten van dat punt.

a Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7.

We bekijken alle punten met de eigenschap: *de tweede coördinaat is 2 keer zo groot als de eerste coördinaat*.

Een punt met deze eigenschap is bijvoorbeeld (-2,-4).

b Kleur alle roosterpunten met die eigenschap rood.

Alle punten waarvan de tweede coördinaat twee keer zo groot is als de eerste coördinaat liggen op een rechte lijn.

c Teken die lijn rood.

d Kleur blauw de lijn waarop alle punten liggen waarvan de tweede coördinaat 3 keer zo groot is als de eerste coördinaat.

e Kleur groen de lijn waarop alle punten liggen waarvan de tweede coördinaat $-1\frac{1}{2}$ keer de eerste coördinaat is.

f Welk punt ligt op elk van de drie lijnen die je net hebt getekend?

17

name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

16

20.4 Rechte lijnen

Lijn k is de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de coördinaten gelijk is aan 3.

Lijn l is de lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste coördinaat 2 keer zo groot is als de tweede coördinaat.

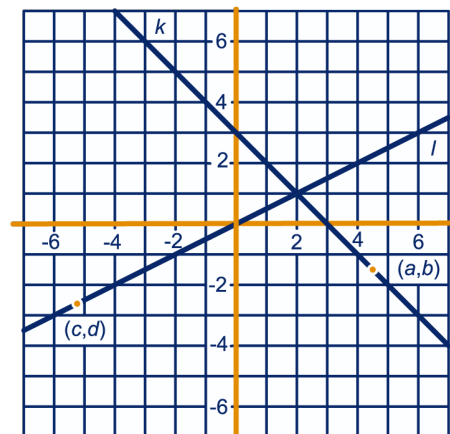
- Welk punt is het snijpunt van lijn k en lijn l ?
- Welk punt met eerste coördinaat -100 ligt op lijn k ? En welk punt met eerste coördinaat -100 ligt op lijn l ?

Op lijn k ligt het punt (a,b) . Je kunt een formule opschrijven voor a en b .

- Neem over en vul in:
 $a + b = \dots$

Op lijn l ligt het punt (c,d) .

- Welke formule kun je opschrijven voor c en d ?



20.5 Afstanden



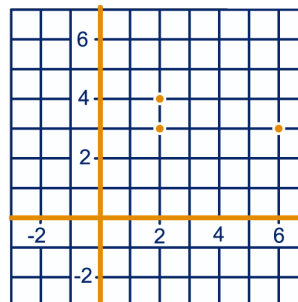
In een assenstelsel kunnen we de afstand tussen twee punten bepalen. We drukken de afstand niet uit in cm, dm of m; als eenheid nemen we de zijde van de roostervierkantjes. Er geldt: de **afstand** tussen twee direct aan elkaar grenzende roosterpunten is 1.

Voorbeeld

De afstand tussen de punten $(2,3)$ en $(2,4)$ is 1,
de afstand tussen de punten $(2,3)$ en $(6,3)$ is 4.

18

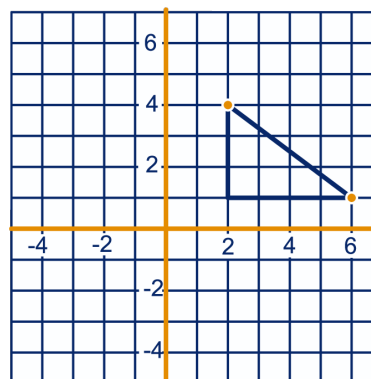
- Wat is de afstand tussen de punten $(0,6)$ en $(5,6)$?
- En wat is de afstand tussen de punten $(3,-7)$ en $(3,3)$?



19

Om de afstand tussen de punten $(2,4)$ en $(6,1)$ te berekenen, heb je de stelling van Pythagoras nodig.

- Bereken die afstand.
- Bereken zo ook de afstand tussen de punten $(-1,3)$ en $(-2,-1)$.
- Bereken ook de afstand tussen de punten $(-7,7)$ en $(7,-7)$.



20

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7.
- Teken de driehoek met hoekpunten $A(-1,-1)$, $B(4,4)$ en $C(0,6)$.
- Bereken hoe lang de zijden van de driehoek zijn.

Dus driehoek ABC is gelijkbenig.

- Bereken de lengte van de hoogtelijn uit de top van driehoek ABC .



Hint 4.

- Bereken de oppervlakte van driehoek ABC .

20.6 De ruimte in

Punten in de ruimte

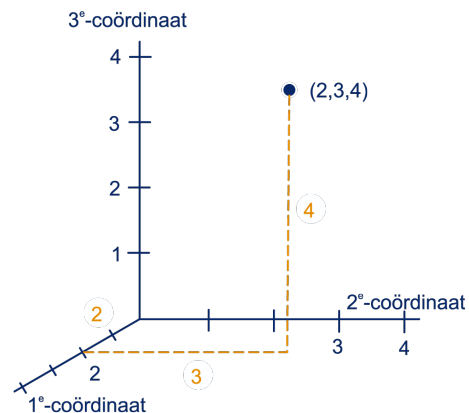


Net als in een plat vlak, kunnen we in de ruimte elk punt voorzien van coördinaten. We gebruiken dan drie coördinaatassen, die loodrecht op elkaar staan. Het snijpunt van de drie assen heet weer de oorsprong en heeft als coördinaten $(0,0,0)$.

In het plaatje zie je hoe je het punt $(2,3,4)$ vindt: ga vanuit $(0,0,0)$ eerst 2 naar voren, dan 3 naar rechts en vervolgens 4 naar boven.

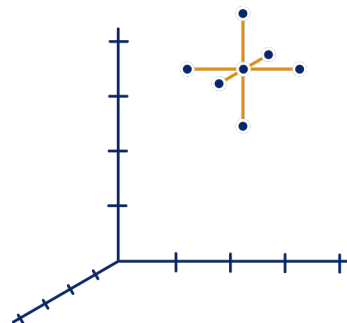
- De eerste coördinaat geeft aan hoeveel eenheden je vanuit $(0,0,0)$ naar voren of naar achteren gaat (naar voren positief, naar achteren negatief).
- De tweede coördinaat geeft aan hoeveel eenheden je vanuit $(0,0,0)$ opzij gaat (naar rechts positief, naar links negatief).
- De derde coördinaat geeft aan hoeveel eenheden je vanuit $(0,0,0)$ naar boven of beneden gaat (naar boven positief, naar beneden negatief).

Punten in de ruimte waarvan alle coördinaten geheel zijn, noemen we roosterpunten. (Je zou je kunnen voorstellen dat we - net als in het platte vlak - in de ruimte een rooster tekenen.)



21

Welke zes roosterpunten grenzen aan het roosterpunt $(2,3,4)$?



22

Geef in het assenstelsel op je werkblad het punt $(3,3,2\frac{1}{2})$ aan. Laat zien hoe je dat gedaan hebt.



23

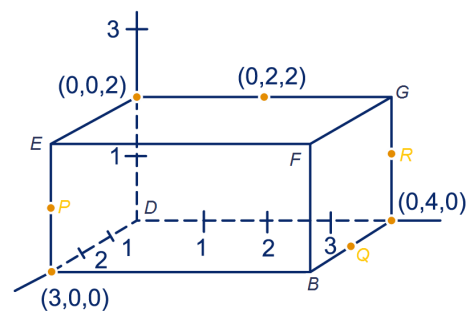
In het assenstelsel is een balk getekend. Van drie hoekpunten van de balk zijn de coördinaten gegeven.

a Geef van de vijf hoekpunten B , D , E , F en G de coördinaten.

Van één van de ribben is het midden aangegeven: $(0,2,2)$.

Er zijn nog drie middens, P , Q en R aangegeven.

b Schrijf op je werkblad de coördinaten erbij.



name:
opti-
onal
file:
opti-
onal
sta-
te:
un-
known

20.6 De ruimte in

24



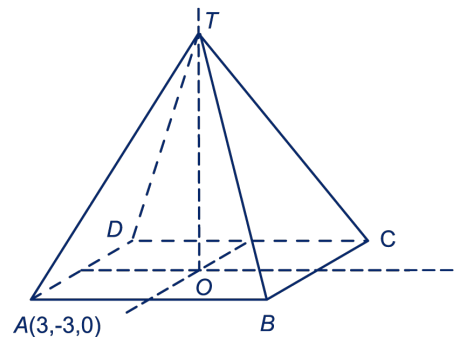
In een assenstelsel is de vierzijdige piramide $ABCD.T$ getekend. Grondvlak $ABCD$ is een vierkant met zijde 6. Ook de hoogte van de piramide is 6.

De coördinaten van punt A zijn $(3,-3,0)$; je moet vanuit $O(0,0,0)$ namelijk drie eenheden naar voren, drie eenheden naar links en 0 eenheden naar boven om in A te komen.

- a Schrijf op je werkblad ook bij de overige hoekpunten de coördinaten.

P is het midden van AT , Q is het midden van BT , R is het midden van CT en S is het midden van DT .

- b Geef op je werkblad de punten P , Q , R en S aan.
c Bereken de coördinaten van de punten P , Q , R en S .



Pythagoras in de ruimte



Ook in de ruimte kunnen we afstanden tussen roosterpunten berekenen. Als **eenheid van afstand** nemen we weer de afstand tussen twee roosterpunten die direct aan elkaar grenzen.



Voorbeeld

De afstand tussen de punten $A(2,3,4)$ en $B(2,3,5)$ is 1, omdat B recht boven A ligt, één eenheid van A verwijderd.

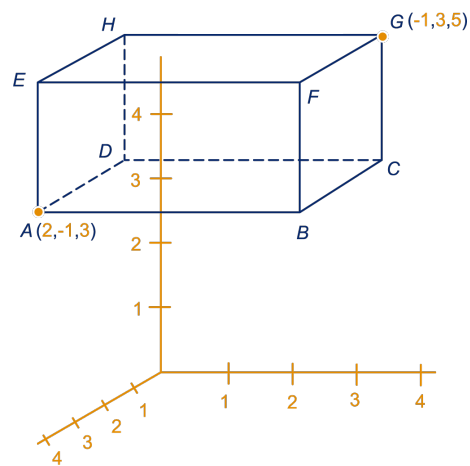
25



In het assenstelsel is balk $ABCD.EFGH$ getekend. De ribben van de balk zijn evenwijdig met de assen.

A is het punt $(2,-1,3)$ en G is het punt $(-1,3,5)$.

- a Schrijf op je werkblad de coördinaten bij de overige hoekpunten.
b Wat is de afstand tussen de hoekpunten A en B ?
c Wat zijn dan de afmetingen van de balk (dwz. lengte, breedte en hoogte)?
d Wat is de afstand tussen de hoekpunten A en G ? (Gebruik de stelling van Pythagoras.)



Als je van $A(-4,-2,0)$ naar $B(1,6,3)$ gaat, moet je

- 5 stappen naar voren,
8 stappen naar rechts en
3 stappen naar boven, zie de vorige opgave.

De afstand van A tot B is de lengte van een lichaamsdiagonaal in een balk van 5 bij 8 bij 3, dus:

$$AB = \sqrt{5^2 + 8^2 + 3^2} = \sqrt{98}.$$

20.6 De ruimte in

26

Bereken de afstand van $(3,-2,5)$ tot $(7,3,1)$.

27



De balk $OABC.HEFG$ staat ook op je werkblad. Hierbij is $A(4,0,0)$, $C(0,3,0)$ en $H(0,0,3)$.

a Schrijf op het werkblad de coördinaten bij de hoekpunten van de balk.

M is het midden van ribbe EH .

b Geef de plaats van M aan.

c Wat zijn de coördinaten van M ?

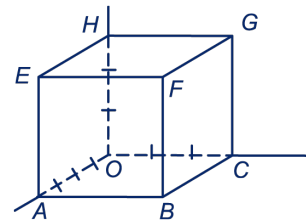
P ligt op diagonaal AF met coördinaten $(4,2,2)$.

d Teken driehoek CMP in de balk.

e Bereken de lengte van de lijnstukken CP , CM en MP .

f Teken driehoek CMP op ware grootte, neem de cm als eenheid.

g Is driehoek CMP gelijkbenig?



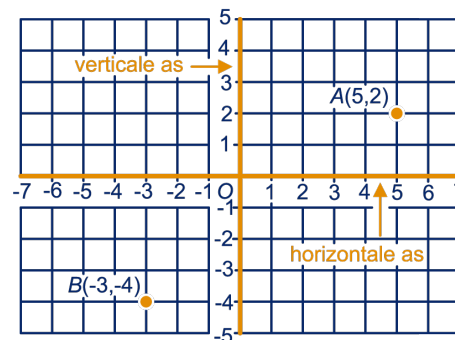
20.7 Eindpunt

het platte vlak

Hiernaast zie je een **assenstelsel**. Het bestaat uit een horizontale en een verticale as die loodrecht op elkaar staan. Deze assen worden de **coördinaatassen** genoemd. Het snijpunt van de twee coördinaatassen noemen we de **oorsprong** O .

De plaats van een punt in het assenstelsel kunnen we met twee getallen aangeven. We noemen deze getallen de **coördinaten** van het punt.

De oorsprong O krijgt coördinaten $(0,0)$. Punt A ligt 5 hokjes rechts van de verticale as en 2 hokjes boven de horizontale as. De coördinaten van punt A zijn $(5,2)$. We schrijven kortweg $A(5,2)$. De coördinaten van punt B zijn $(-3,-4)$.



rechte lijnen

In het assenstelsel hiernaast zijn drie lijnen getekend.

Een lijn loopt verticaal als de punten die op de lijn liggen dezelfde eerste coördinaat hebben. Zo liggen op lijn k alle punten waarvan de eerste coördinaat gelijk is aan 5.

Een lijn loopt horizontaal als de punten die op de lijn liggen dezelfde tweede coördinaat hebben. Zo liggen op lijn l alle punten waarvan de tweede coördinaat gelijk is aan 2.

De lijnen k en l snijden elkaar in het punt $(5,2)$. Dit punt wordt het **snijpunt** van k en l genoemd.

Lijn m is de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de coördinaten gelijk is aan 3.

afstand

De **afstand** tussen twee direct aan elkaar grenzende roosterpunten is 1.

Voorbeelden

De afstand tussen de punten $(2,3)$ en $(6,3)$ is 4.

De afstand tussen de punten $(2,3,4)$ en $(2,3,9)$ is 5.

De afstand tussen de punten $(2,3,4)$ en $(-3,-4,7)$ bereken je als volgt.

Om van het ene naar het andere punt te komen, moet je

5 stappen naar achter,

7 stappen naar links en

3 stappen omhoog,

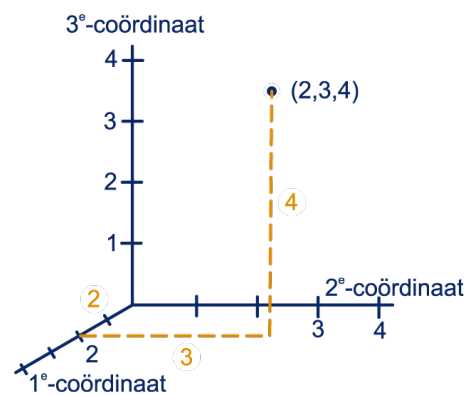
de afstand is dus $\sqrt{5^2 + 7^2 + 3^2} = \sqrt{83}$.

20.7 Eindpunt

de ruimte in

Net als in een plat vlak, kunnen we in de ruimte elk punt voorzien van coördinaten. We gebruiken dan drie coördinaatassen, die loodrecht op elkaar staan. Het snijpunt van de drie assen heet weer de oorsprong en heeft als coördinaten $(0,0,0)$.

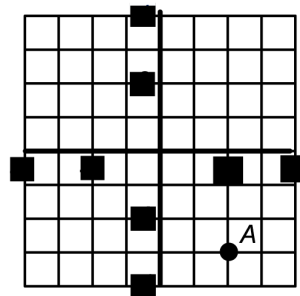
Hier zie je hoe je het punt $(2,3,4)$ vindt: ga vanuit $(0,0,0)$ eerst 2 naar voren, dan 3 naar rechts en vervolgens 4 naar boven.



20.8 Extra opgaven

1

- Neem het assenstelsel over.
- Geef de coördinaten van punt A .
- Geef punt $B(-3,2)$ aan met een rode stip.
- Bereken de coördinaten van het punt dat midden tussen A en B ligt.
- Kleur het gebied blauw waar de punten liggen waarvan de eerste coördinaat ligt tussen -1 en 2 , en de tweede coördinaat tussen 2 en 4 .



2

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7 .
- Kleur rood de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de coördinaten gelijk is aan -3 .
- Kleur blauw de lijn waarop de punten liggen waarvan de eerste coördinaat -2 keer de tweede coördinaat is.
- Geef de coördinaten van het snijpunt van de twee lijnen.
- Welk punt met eerste coördinaat -50 ligt op de rode lijn? En welk punt met eerste coördinaat -50 ligt op de blauwe lijn?

3

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -4 tot en met 4 .
- Teken in het assenstelsel de driehoek met hoekpunten $(-3,-2)$, $(0,2)$ en $(2,-2)$.
- Bereken de lengte van de zijden van de driehoek.

4



- Op het werkblad is een assenstelsel met drie coördinaatassen getekend.
- Geef daarin het punt $(4,2,3)$ aan.
 - Bereken de coördinaten van het punt dat midden tussen $(-1,3,-2)$ en $(4,2,1)$ ligt.
 - Bereken de afstand tussen de punten $(-1,3,-2)$ en $(4,2,1)$.

5

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7 .
- Teken in het assenstelsel de vierhoek met als hoekpunten: $A(-1,-5)$, $B(2,-4)$, $C(0,2)$ en $D(-3,1)$.
- Bereken de lengtes van AB , BC en AC .
- Wat voor soort vierhoek is $ABCD$?
- Bereken de coördinaten van het snijpunt van AC en BD .

E is het midden van AB , F is het midden van BC , G is het midden van CD en H is het midden van AD .

- Geef E , F , G en H met een stip aan. Schrijf de juiste letters erbij.
- Bereken de coördinaten van E , F , G en H .
- Wat voor soort vierhoek is $EFGH$?

20.8 Extra opgaven

6

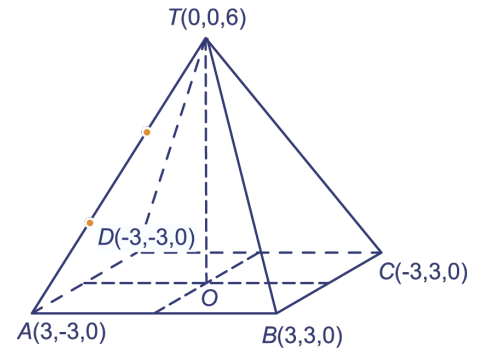
In een assenstelsel is de piramide $ABCD.T$ getekend. Bij de hoekpunten zijn de coördinaten vermeld. Ribbe AT is door twee punten verdeeld in drie even lange stukken.

Het onderste verdeelpunt P heeft coördinaten $(2,-2,2)$. Het bovenste verdeelpunt noemen we Q .

- Bereken de lengte van ribbe AT .
- Bereken de coördinaten van het bovenste verdeelpunt Q .

Op ribbe CD ligt het punt $R(-3,-2,0)$.

- Bereken de lengte van lijnstuk RT .
- Bereken de lengte van lijnstuk PR .
- Teken driehoek ACT op ware grootte, neem de cm als eenheid.



7

- Teken op ruitjespapier een assenstelsel. Neem de assen van -7 tot en met 7 .
- Teken in het assenstelsel alle roosterpunten waarvan het verschil van de coördinaten gelijk is aan 2 .

Er zijn twee lijnen waarop al deze punten liggen.

- Teken die twee lijnen.
- Kleur het gebied tussen de twee lijnen rood.
- Wat weet je te vertellen over het verschil van de coördinaten van punten die in het rode gebied liggen?

Als je het assenstelsel verder voortgezet denkt, dan wordt het rode gebied een oneindig lange strook.

- Welke roosterpunten met eerste coördinaat 100 liggen in het rode gebied? (De punten op de twee lijnen liggen *niet* in het rode gebied.)

8

- Welk punt ligt in het platte vlak midden tussen de punten $(-50,100)$ en $(20,-30)$?
- Welk roosterpunt ligt direct linksboven het roosterpunt $(-100,-40)$?

We bekijken de lijn waarop alle punten liggen waarvan de som van de coördinaten gelijk is aan -6 .

- Welk punt met tweede coördinaat 70 ligt op deze lijn?

20.8 Extra opgaven

9



In het assenstelsel is kubus $OABC.HEFG$ getekend. Bij de hoekpunten A , C en H zijn de coördinaten al vermeld.

a Schrijf op je werkblad de coördinaten bij de overige hoekpunten.

In het voorvlak ligt het punt $P(4,3,2)$.

b Teken dat punt op je werkblad.

c Teken ook het punt $Q(1,4,1)$ in het rechterzijvlak.

In het plaatje is een uitslag van een deel van de kubus (het voorvlak en het rechter zijvlak) getekend. Het is een schaaltekening.

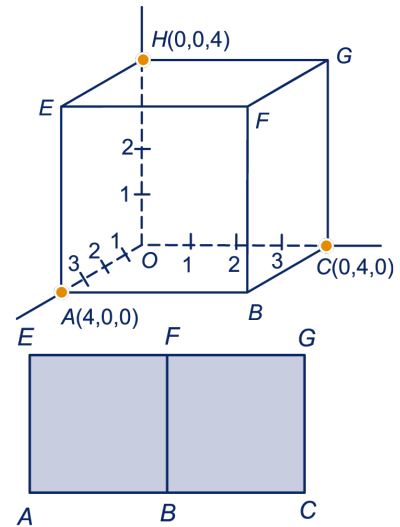
d Geef in de uitslag op je werkblad ook de punten P en Q aan.

Een zijvlakskruipertje kruipt over de zijvlakken van de kubus van P naar Q . Hij neemt een kortste weg.

e Teken die weg in de uitslag op het werkblad.

f Hoe lang is die weg?

g Wat zijn de coördinaten van het punt waar het zijvlakskruipertje ribbe BF passeert?



10



Als je met een rode en een blauwe dobbelsteen gooit, kun je zo'n worp met twee coördinaten aangeven. $(3,2)$ betekent dat je met de rode dobbelsteen drie ogen gegooit hebt en met de blauwe twee. In het rooster in het plaatje kun je alle mogelijke worpen aangeven.

a Geef in het rooster op het werkblad met een rode stip alle worpen aan waarbij de som van de ogen gelijk is aan 6.

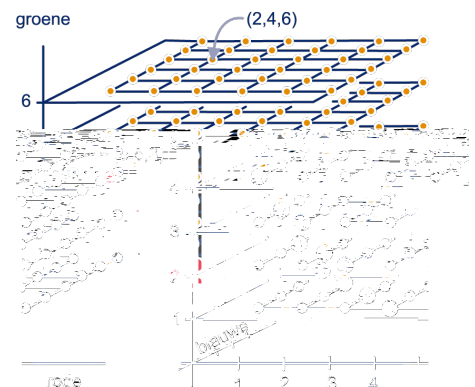
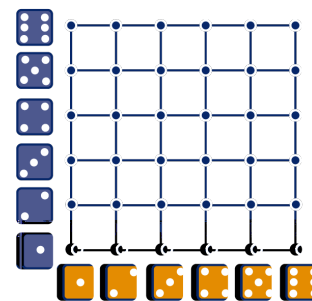
Stel dat (r,b) een worp is waarbij de som van de ogen 6 is.

b Welke formule kun je opschrijven voor r en b ?

Als je met een rode, een blauwe en een groene dobbelsteen werpt, kun je de worp met drie coördinaten aangeven. $(2,4,6)$ betekent dan dat je met de rode dobbelsteen twee, met de blauwe dobbelsteen vier en met de groene dobbelsteen zes ogen hebt gegooit. In het ruimteroster kun je alle worpen met een stip aangeven. Ga na hoe dat werkt.

c Kleur in het rooster op het werkblad de stippen die horen bij de worpen waarvan de som van de ogen 6 is. Als je het handig vindt, kun je eerst de coördinaten van al deze punten opschrijven. (r,b,g) is een worp waarbij de som van de ogen gelijk is aan 6.

d Welke formule kun je opschrijven voor r , b en g ?



20.8 Extra opgaven

11

- Teken in een assenstelsel de punten $A(1,2)$, $B(6,1)$, $C(7,4)$ en $D(2,5)$. Teken vervolgens vierhoek $ABCD$.
- Vierhoek $ABCD$ is een speciale vierhoek. Wat is de naam van deze speciale vierhoek?
- Teken de twee diagonalen van de vierhoek. Wat zijn de coördinaten van het snijpunt S van deze twee diagonalen?

De punten met coördinaten (x, y) op de lijn door A en B voldoen aan het verband met de formule $x + 5y = 11$.

- Ga met een berekening na dat dit klopt voor de coördinaten van de punten A en B .

Als je de lijn door A en B doortrekt, snijdt deze lijn de x -as en de y -as.

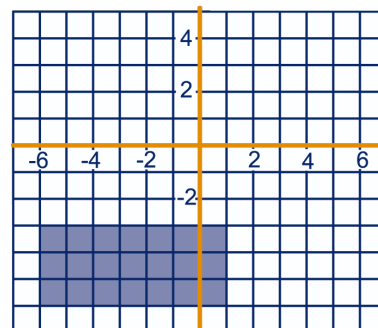
Aflezen van deze coördinaten lukt nu niet zo goed, maar omdat deze twee snijpunten ook aan het verband $x + 5y = 11$ voldoen, kun je ze ook uitrekenen met behulp van het volgende.

- Voor het snijpunt met de x -as geldt $y = 0$;
 - Voor het snijpunt met de y -as geldt $x = 0$.
- Bereken hiermee de exacte coördinaten van de twee snijpunten van de lijn door A en B met de coördinaatassen.

 Hint 5.

12

- Een deel van het assenstelsel in het plaatje is gekleurd. Wat kun je zeggen over de eerste coördinaat van de punten die liggen in het gekleurde gebied? En wat kun je zeggen over de tweede coördinaat?



13



In een assenstelsel is de kubus $OABC.H EFG$ getekend. De ribbe van de kubus is 4. Bij drie hoekpunten zijn de coördinaten al vermeld.

- Schrijf op je werkblad ook bij de overige hoekpunten de coördinaten.

P is het midden van binnendiagonaal AG .

Q is het midden van buitendiagonaal BG .

R is het midden van PQ .

- Geef op je werkblad deze drie punten aan. Schrijf de juiste letters erbij.

20.8 Extra opgaven

De coördinaten van punt P kun je als volgt berekenen. Vanuit punt $A(4,0,0)$ kom je in punt $G(0,4,4)$ door 4 stappen naar achteren, 4 stappen naar rechts en 4 stappen naar boven te gaan.

Punt P krijg je dus door vanuit punt $A(4,0,0)$ 2 stappen naar achteren, 2 stappen naar rechts en 2 stappen naar boven te gaan.

Dus punt P heeft coördinaten $(2,2,2)$.

c Bereken de coördinaten van Q en R .

Een tweede even grote kubus wordt met zijn voorkant tegen grensvlak $OCGH$ geplakt.

d Wat zijn de coördinaten van het hoekpunt "rechts-achter-boven" van de tweede kubus?

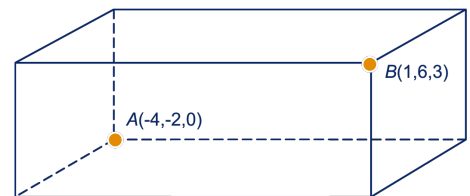
14

Als je de afstand tussen $A(-4,-2,0)$ en $B(1,6,3)$ wilt berekenen, is het handig om een balk te tekenen met de ribben evenwijdig aan de assen en waarvan de hoekpunten A en B diagonaal tegenover elkaar liggen.

A is het hoekpunt links-onder-achter en B is het hoekpunt rechts-boven-voor.

a Wat worden de afmetingen van de balk?

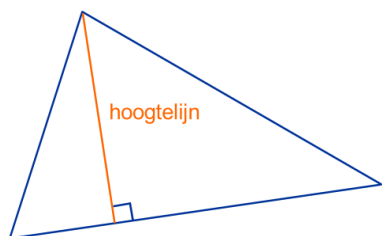
b Wat is dus de afstand tussen de punten $(-4,-2,0)$ en $(1,6,3)$?



20.8 Extra opgaven

20 Coördinaten Pilot

- 1 Schrijf van enkele punten van de lijn de coördinaten op, bijvoorbeeld in een tabel. Kun je een regelmaat ontdekken?
- 2 Schrijf van enkele punten van de lijn de coördinaten op, bijvoorbeeld in een tabel. Kun je een regelmaat ontdekken?
- 3 Maak eerst een tekening.
- 4 In de driehoek hieronder is een hoogtelijn getekend.



- 5 Vul in de formule $y = 0$, respectievelijk $x = 0$ in

Index