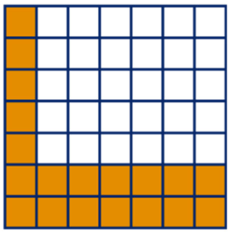
Hoofdstuk 3 FORMULES

3.1 PATRONEN EN FORMULES

3 a



b

zijde vierkant	3	4	5	6	7
aantal gekleurde hokjes	7	10	13	16	19

c 58
d Ja, ze zijn goed.
e ?
f Hans: plaatje 3 ; Minke: plaatje 6
Stef: plaatje 2 ; Irene: plaatje 5
Paul: plaatje 1 ; Ines: plaatje 4
g Klopt.

4 a Nummer 6.
b

nummer	1	2	3	4	5	6	7
aantal stippen	3	5	7	9	11	13	15

c $2\times25 + 1 = 51$ stippen
d Nee, het aantal stippen is een oneven getal en 45.088 niet.
e Nee, het totaal aantal stippen van twee V-patronen is altijd een even getal en een V-patroon bestaat uit een oneven aantal stippen.
f Je moet het nummer van het patroon met 2 vermenigvuldigen en bij dit antwoord 1 optellen.
g $V = 2\times n + 1$
h Als $n = 3$ dan is $V = 2\times3 + 1 = 7$ en dat komt overeen met het aantal stippen in het patroon met nummer 3. Hetzelfde voor $n = 4$ en $n = 5$.

5 a

nummer	1	2	3	4	5	6	7
aantal stippen	5	9	13	17	21	25	29

b $4\times25 + 1 = 101$ stippen
c $W = 4\times n + 1$
d $W = 2\times V - 1$

6 a $15\times3 = 15\cdot3 = 45$
$4\times2{,}5 = 4\cdot2{,}5 = 10$
$12\times6\times2 = 12\cdot6\cdot2 = 144$
b 100 ; 100
90 ; 90
28 ; 28
50 ; 50
2 ; $0{,}5 = \frac{1}{2}$
8 ; $0{,}125 = \frac{1}{8}$
10
22
c ?
d De beweringen $a\cdot b = b\cdot a$ en $a + b = b + a$ zijn juist.
e $15\cdot a$
$12\cdot a$
$18\cdot a$
f $a + 8$
$10 + a$
$a + 14$

7 a

patroonnummer	1	2	3	4	5	6
aantal lucifers	8	15	22	29	36	43

b $7\cdot25 + 1 = 176$ lucifers
c Ja, want $708 = 7\cdot101 + 1$. Dus het patroon met nummer 101.
d $L = 7\cdot n + 1$
met n: het nummer van het patroon en
L: het aantal lucifers

8 a

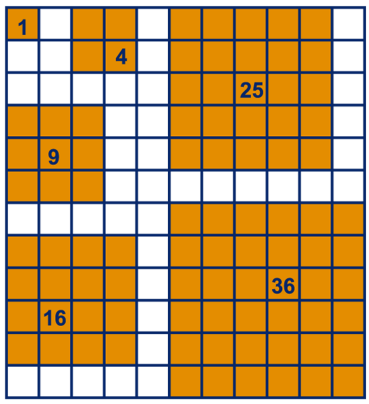
patroonnummer	4	7	10	30	100
aantal lucifers	15	27	39	119	399

b Nee, het aantal lucifers is een oneven getal.
c $L = 4\cdot n - 1$
met n: het nummer van het patroon en
L: het aantal lucifers

9 a $h = z$
met z: de lengte van de zijde en
h: het aantal gekleurde hokjes
b $h = z\cdot(z - 1)$ of $h = z\cdot z - z$
met z: de lengte van de zijde en
h: het aantal gekleurde hokjes

3.2 KWADRATEN

10 ab



c 1, 4, 9, 16, 25, 36
d Ja, 121 is een kwadraat. Het vierkant is 11 hokjes breed en hoog.
e Nee, 55 is geen kwadraat.
f 144 is een kwadraat want $12\cdot12 = 144$.

g 49 is het kwadraat van 7
169 is een kwadraat, want $169 = 13 \cdot 13$
225 is het kwadraat van 15
$20^2 = 20 \cdot 20 = 400$
$21^2 = 21 \cdot 21 = 441$
$16^2 = 16 \cdot 16 = 256$
$25^2 = 25 \cdot 25 = 625$

h

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
n^2	121	144	169	196	225	256	289	324	361	400

i -

j $22 \cdot 22$ en $24 \cdot 24$ zijn even getallen.

k $529 = 23^2$ $1600 = 40^2$
$841 = 29^2$ $1681 = 41^2$
Als $n = 15$, dan $n^2 = 225$
Als $n = 30$, dan $n^2 = 900$
Als $n = 17$, dan $n^2 = 289$
Als $n = 100$, dan $n^2 = 10.000$

11 a 20 cm

b

Zijde vierkant (in cm)	5	8	15	25	99
Omtrek (in cm)	20	32	60	100	396

c Je moet de zijde met 4 vermenigvuldigen.

d $O = 4 \cdot z$, met O: de omtrek van het vierkant

e

Zijde vierkant (in cm)	5	8	15	25	99
Oppervlakte (in cm^2)	25	64	225	625	9801

f $A = z \cdot z = z^2$, met A: de oppervlakte

g De zijde is $144 : 4 = 36$ cm.
De oppervlakte is dus:
$36^2 = 36 \cdot 36 = 1296$ cm^2.

h $12 \cdot 12 = 144$. De zijde is dus 12 cm.
De omtrek is dan $4 \cdot 12 = 48$ cm.

i Stel: lengte zijde was 5 cm. Omtrek was dan $4 \cdot 5 = 20$ cm en oppervlakte $5^2 = 25$ cm^2.
De lengte wordt nu 10 cm. De omtrek is $4 \cdot 10 = 40$ en de oppervlakte $10^2 = 100$.
Dus: de omtrek wordt dubbel zo groot maar de oppervlakte niet.

12 Met 625 tegels kun je een vierkant plateau aanleggen van 25 bij 25 tegels.
Voor een plateau van 26 bij 26 tegels heb je 676 tegels nodig. Dat lukt dus niet.
Het plateau wordt dus 25 bij 25 tegels.
Lengte: $25 \cdot 30 = 750$ cm = 7,5 meter.
De breedte is ook 7,5 meter.

3.3 FORMULES EN GELIJKHEDEN

13 a 240 tegels

b **Anne**
De lengte van het nieuwe terras is 15 tegels.
De breedte van het nieuwe terras is 16 tegels.
Het nieuwe terras heeft dus $15 \cdot 16 = 240$ tegels.

Vinja
Het oude terras had 225 tegels.
Er komen 15 tegels bij.
Het nieuwe terras heeft dus $225 + 15 = 240$ tegels.

c De lengte van het nieuwe terras is n tegels.
De breedte van het nieuwe terras is $n + 1$ tegels.
Het nieuwe terras heeft dus $n \cdot (n + 1)$ tegels.

d $t = n \cdot (n + 1)$, met t: het aantal tegels

e Neem bijvoorbeeld $n = 10$.
$10 \cdot (10 + 1) = 10 \cdot 11 = 110$
$10 \cdot 10 + 1 = 100 + 1 = 101$
De bewering van Jonneke klopt dus niet.

f Het oude terras had n^2 tegels.
Er komen n tegels bij.
Het nieuwe terras heeft dus $n^2 + n$ tegels.

g $t = n^2 + n$, met t: het aantal tegels

h Als $n = 5$ dan is $t = 5 \cdot (5 + 1) = 5 \cdot 6 = 30$ en $t = 5^2 + 5 = 25 + 5 = 30$. Dus gelijk.
Als $n = 10$ dan is $t = 10 \cdot (10 + 1) = 10 \cdot 11 = 110$ en $t = 10^2 + 10 = 100 + 10 = 110$. Dus gelijk.

14 a **Anne**
Het hele rooster bestaat uit 10.000 hokjes.
Van die hokjes zijn er 100 zwart.
Dus zijn er $10.000 - 100 = 9900$ witte hokjes.

Vinja
Het rooster bestaat uit 100 horizontale rijen.
In elke rij zijn er 99 hokjes wit.
Dus in totaal zijn er $100 \cdot 99 = 9900$ witte hokjes.

b ?

c **Anne**
Het hele rooster bestaat uit n^2 hokjes.
Van die hokjes zijn er n zwart.
Dus zijn er $n^2 - n$ witte hokjes

Vinja
Het rooster bestaat uit n horizontale rijen.
In elke rij zijn er $(n - 1)$ hokjes wit.
Dus in totaal zijn er $n \cdot (n - 1)$ witte hokjes.

15 a 8 ; 12 ; 16 ; 20

b $21 \cdot 4 - 4 = 80$ hokjes
$20 \cdot 4 = 80$ hokjes

c $h = 4 \cdot b - 4$
$h = 4 \cdot (b - 1)$
met h: het aantal gekleurde hokjes

d $4 \cdot b - 4 = 4 \cdot (b - 1)$

3.4 DRIEHOEKSGETALLEN

16 a 21 blikken

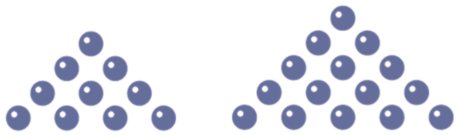
b 28 ; 36 ; 45 ; 55

c 9 lagen. Jan houdt $50 - 45 = 5$ blikken over.

d 10 blikken

e 55 blikken

17 a



basis 4 basis 5

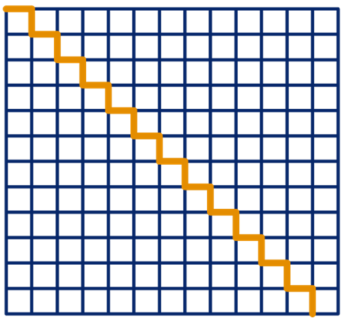
b

Basis	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Driehoeksgetal	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

c Het getal 10.
d 231 + 22 = 253
e 231 – 21 = 210

18 a 500.500 + 1001 = 501.501
b -

19 b



c Hoogte: 12
Breedte: 13
Aantal hokjes is $12 \cdot 13 = 156$
d 156 : 2 = 78
e Hoogte: 5
Aantal hokjes is $5 \cdot 4 = 20$
f 20 : 2 = 10
g

Breedte van de trap	4	5	12	100
Hoogte van de rechthoek	5	6	13	101
Aantal hokjes van de rechthoek	20	30	156	10100
Aantal hokjes van de trap	10	15	78	5050

h $h = b \cdot (b + 1) : 2$, met h: het aantal hokjes
i $300 \cdot 301 : 2 = 90.300 : 2 = 45.150$
j 45.150
k $n \cdot (n + 1) : 2$

20 a $14 \cdot 15 : 2 = 105$ blauwe driehoekjes
b $15 \cdot 16 : 2 = 120$ witte driehoekjes
c Totaal: 105 + 120 = 225 driehoekjes
Ja, dat is het kwadraat van 15.

21 Voorstel baas:
$52 \cdot 20 = 1040$ euro

Voorstel Ed:
1 + 2 + 3 + … + 51 + 52 euro,
dat is in totaal $52 \cdot 53 : 2 = 1378$ euro.

Het is dus geen verstandige keus van de baas van Ed.

3.5 DE DISTRIBUTIEWETTEN

22 a -
b -

23 $7 \cdot x$; $m \cdot n$; p^2 ; t

24 a

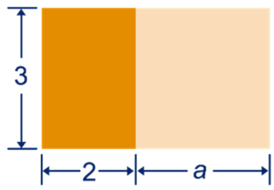
lengte rechthoek	5
totale breedte	$a + 2$ ×
oppervlakte rechthoek	$5 \cdot (a + 2)$
oppervlakte donkere deel	$5 \cdot a$
oppervlakte lichte deel	10 +
oppervlakte rechthoek	$5 \cdot a + 10$

b $5 \cdot (a + 2) = 5 \cdot a + 10$
c $5 \cdot (7 + 2) = 5 \cdot 9 = 45$ en
$5 \cdot 7 + 10 = 35 + 10 = 45$. Klopt.
$5 \cdot (100 + 2) = 5 \cdot 102 = 510$ en
$5 \cdot 100 + 10 = 500 + 10 = 510$. Klopt.

25 a $a \cdot (a + 2)$ en $a \cdot a + 2 \cdot a = a^2 + 2 \cdot a$
b $a \cdot (a + 2) = a^2 + 2 \cdot a$
c $5 \cdot (5 + 2) = 5 \cdot 7 = 35$ en
$5^2 + 2 \cdot 5 = 25 + 10 = 35$. Klopt.
$10 \cdot (10 + 2) = 10 \cdot 12 = 120$ en
$10^2 + 2 \cdot 10 = 100 + 20 = 120$. Klopt.

26 $k \cdot (3 + b) = 3 \cdot k + b \cdot k$

27 a



b $6 + 3 \cdot a$
c

d $3 \cdot (a + 10)$

28 $a \cdot (3 + b) = 3 \cdot a + a \cdot b$
$(100 + x) \cdot 4 = 400 + 4 \cdot x$
$k \cdot (99 + k) = 99 \cdot k + k \cdot k = 99 \cdot k + k^2$

29 a $5 \cdot (n + 10) = 5 \cdot n + 50$
$n \cdot (5 + 50) = 5 \cdot n + 50 \cdot n = 55 \cdot n$
$(n + 5) \cdot 50 = 50 \cdot n + 250$
b $(n + 50) \cdot n = n^2 + 50 \cdot n$
$0 \cdot (n + 10) = 0 \cdot n + 0 \cdot 10 = 0$
c -

30 $3 \cdot a + 12 = 3 \cdot a + 3 \cdot 4 = 3 \cdot (a + 4)$
$7 \cdot a + 35 = 7 \cdot a + 7 \cdot 5 = 7 \cdot (a + 5)$
$a \cdot b + 3 \cdot a = a \cdot b + a \cdot 3 = a \cdot (b + 3)$

31 Het linkerstuk is 7 bij 5 tegels en het rechterstuk 7 bij 8 tegels. Dus de lengte is 7 meter en de breedte 5 + 8 = 13 meter.

32 a

lengte donkere deel	k	
breedte lichte deel	$p-q$	×
oppervlakte donkere deel	$k\cdot(p-q)$	
totale oppervlakte	$k\cdot p$	
oppervlakte lichte deel	$k\cdot q$	–
oppervlakte grijze deel	$k\cdot p-k\cdot q$	

b $k\cdot(p-q) = k\cdot p - k\cdot q$

33 $7\cdot b - 14$

34 $7\cdot(b-5) = 7\cdot b - 35$
$k\cdot(8-p) = 8\cdot k - k\cdot p$

35 $4\cdot a - 40 = 4\cdot a - 4\cdot 10 = 4\cdot(a-10)$
$a^2 - 3\cdot a = a\cdot a - 3\cdot a = a\cdot(a-3)$
$a\cdot b - 3\cdot a = a\cdot b - a\cdot 3 = a\cdot(b-3)$

36 a Je kunt $b-c$ nog niet uitrekenen. De uitkomst is een negatief getal.
b 44 ; 44 ; dit klopt.
c 100 ; 100 ; dit klopt.

37 a $98\cdot 25 + 2\cdot 25 = 25\cdot(98+2) = 25\cdot 100 = 2500$
$11\cdot a + 89\cdot a = a\cdot(11+89) = a\cdot 100 = 100\cdot a$
$1\cdot 29 + 2\cdot 29 + 3\cdot 29 + 4\cdot 29 = 29\cdot(1+2+3+4) = 29\cdot 10 = 290$
$1\cdot a + 2\cdot a + 3\cdot a + 4\cdot a = a\cdot(1+2+3+4) = a\cdot 10 = 10\cdot a$
b $39\cdot 25 - 19\cdot 25 = 25\cdot(39-19) = 25\cdot 20 = 500$
$51\cdot 25 - 11\cdot 25 = 25\cdot(51-11) = 25\cdot 40 = 1000$
$765\cdot a - 760\cdot a = a\cdot(765-760) = a\cdot 5 = 5\cdot a$
$123\cdot a - 20\cdot a - 3\cdot a = a\cdot(123-20-3) = a\cdot 100 = 100\cdot a$
c $17\cdot 99 = 17\cdot 100 - 17\cdot 1 = 1700 - 17 = 1683$
$9\cdot 1005 = 9\cdot 1000 + 9\cdot 5 = 9000 + 45 = 9045$
$19\cdot 998 = 9\cdot 1000 - 19\cdot 2 = 19.000 - 38 = 18.962$

38 $4\cdot(a+5) = 4\cdot a + 20$
$(p-3)\cdot a = p\cdot a - 3\cdot a$
$3\cdot(x+a-2) = 3\cdot x + 3\cdot a - 6$
$(3-x+2)\cdot x = 3\cdot x - x^2 + 2\cdot x = 5\cdot x - x^2$

39 $7\cdot(x+2) = 7\cdot x + 14$
$2\cdot(x-5) = 2\cdot x - 10$
$5\cdot(x-4) = 5\cdot x - 20$
$4\cdot(x-1) = 4\cdot x - 4$
$5\cdot(a+b) = 5\cdot a + 5\cdot b$
$x\cdot(x+6) = x^2 + 6\cdot x$

40 $4\cdot(b-2) + 4 = 4\cdot b - 8 + 4 = 4\cdot b - 4$

41 -

42 Aan de linkerkant van het =-teken worden twee opeenvolgende getallen met elkaar vermenigvuldigd. Noem deze getallen n en $n+1$. Aan de linkerkant van het =-teken staan dus getallen van de vorm $n\cdot(n+1)$. Volgens de distributiewetten geldt: $n\cdot(n+1) = n^2 + n$.
De getallen aan de rechterkant van het =-teken zijn van de vorm $n^2 + n$, zodat het rijtje klopt.

SUPER OPGAVEN

4 a n is even: $z = 2\times n$
n is oneven: $z = 2\times n - 1$
b n is even: $z = n\times n - 2\times n$
n is oneven: $z = n\times n - 2\times n - 1$
c n is even: $z = 4\times n$
n is oneven: $z = 4\times n - 3$

7 a 16 ; 30
b 24 ; 46
c Trap 1: $4\cdot n - 4$
Trap 2: $8\cdot n - 10$

11 a 25 ; 45
b 49 ; 91
c Trap 1: n^2
Trap 2: $2\cdot n^2 - n$

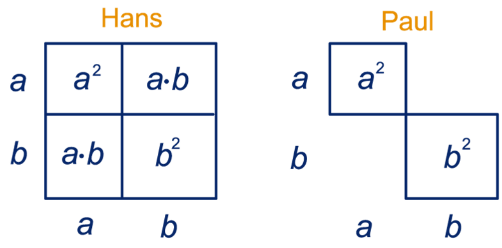
14 a 32 blokjes
b $21\cdot 12 - 16 = 236$ blokjes
$19\cdot 12 + 8 = 236$ blokjes
c $b = 12\cdot n - 16$
$b = 12\cdot(n-2) + 8$
met b: het aantal gekleurde blokjes
d $12\cdot n - 16 = 12\cdot(n-2) + 8$

19 a $n\cdot(n+1)$
b $n\cdot(n+1) : 2$
c Je krijgt de getallen: 4, 9, 16, …
Dit zijn kwadraten.
d $300\cdot 301 : 2 = 45.150$

20 a 18
b $6\cdot(n-1)$ of $6\cdot n - 6$
c Als de basis 6 is, zitten er $6\cdot 6 - 6 = 30$ buizen aan de buitenkant.
Totaal aantal buizen is: 61 + 30 = 91 buizen.
d Driehoeksgetal met basis zeven = $7\cdot 8 : 2 = 28$
Driehoeksgetal met basis twee = $2\cdot 3 : 2 = 3$
Zeshoeksgetal met basis drie = $28 - 3\cdot 3 = 19$
e Driehoeksgetal met basis tien = $10\cdot 11 : 2 = 55$
Driehoeksgetal met basis drie = $3\cdot 4 : 2 = 6$
Zeshoeksgetal met basis vier = $55 - 3\cdot 6 = 37$
f De basis is $3\cdot n - 2$ (of $n + 2\cdot(n-1)$)
g De basis is $n - 1$.
h Basis grote driehoeksgetal is $3\cdot 10 - 2 = 28$.
Dus de grote driehoek bestaat uit $28\cdot 29 : 2 = 406$ buizen.
Basis kleine driehoeken is $10 - 1 = 9$.
Dus de kleine driehoeken bestaan uit

9 · 10 : 2 = 45 buizen.
Dus het zeshoeksgetal met basis tien bestaat uit 406 – 3 · 45 = 271 buizen.

28 Hans krijgt het grootste getal.



37 1 · 50 + 2 · 50 + 3 · 50 + … + 29 · 50 + 30 · 50 =
50·(1 + 2 + 3 + … + 29 + 30) = 50·(30 · 31 : 2) =
50 · 465 = 23.250

EXTRA OPGAVEN

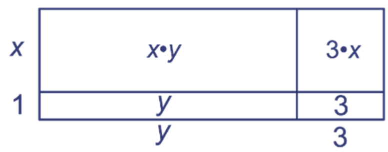
1 a

patroonnummer	1	2	3	4	5	6
aantal lucifers	4	7	10	13	16	19

b 3 · 50 + 1 = 151 lucifers
c Nee, er bestaan patronen met 3 · 220 + 1 = 661 lucifers en met 661 – 3 = 658 lucifers, maar dus niet met 660 lucifers.
d $L = 3 \cdot n + 1$
met n: het nummer van het patroon en
L: het aantal lucifers

2 a 4 · 10 + 4 = 44 tegels
b 100 + 44 = 144 en 12 · 12 = 144
c $n^2 + 4 \cdot n + 4$ en $(n + 2)^2$
d $n^2 + 4 \cdot n + 4 = (n + 2)^2$
e $10^2 + 4 \cdot 10 + 4 = 100 + 44 = 144$ en
$(10 + 2)^2 = 12^2 = 144$. Dit klopt.
f $102^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 4 \cdot 100 + 4 =$
$10.000 + 400 + 4 = 10.404$

3 a $a \cdot b$; $8 \cdot a$; $7 \cdot b$; 56
b $a \cdot b + 8 \cdot a + 7 \cdot b + 56$
c $(a + 7) \cdot (b + 8)$
d $a \cdot b + 8 \cdot a + 7 \cdot b + 56 = (a + 7) \cdot (b + 8)$
e 3 · 12 + 8 · 3 + 7 · 12 + 56 = 200 en
(3 + 7)·(12 + 8) = 10 · 20 = 200. Dit klopt.
f



4 a 27 · 28 : 2 = 378
b 150 · 151 : 2 = 11.325

5 $5 \cdot (x + 2) = 5 \cdot x + 10$
$(x + 2) \cdot 8 = 8 \cdot x + 16$
$3 \cdot (9 - c) = 27 - 3 \cdot c$
$(p - 2) \cdot a = a \cdot p - 2 \cdot a$
$a \cdot (p + a) = a \cdot p + a^2$
$2 \cdot (p + 3) = 2 \cdot p + 6$

6 $3 \cdot (x + 6) = 3 \cdot x + 18$
$3 \cdot (x - 1) = 3 \cdot x - 3$
$6 \cdot (p - 4) = 6 \cdot p - 24$
$5 \cdot (p + 4) = 5 \cdot p + 20$
$p \cdot (p - 10) = p^2 - 10 \cdot p$

7 499 · 8 + 501 · 8 = 8·(499 + 501) = 8 · 1000 = 8000
499 · a + 501 · a = a·(499 + 501) = a·1000 = 1000·a
765 · 4 – 760 · 4 = 4·(765 – 760) = 4 · 5 = 20
123 · 7 – 20 · 7 – 3 · 7 = 7·(123 – 20 – 3) = 7 · 100 = 700
13 · 102 = 13·(100 + 2) = 13 · 100 + 13 · 2 =
1300 + 26 = 1326
998 · 14 = (1000 – 2) · 14 = 1000 · 14 – 2 · 14 =
14.000 – 28 = 13.972

8 1 + 2 + 3 + … + 19 + 20 = 20 · 21 : 2 = 210 rozen

9 a De getallen 2, 4, 8, 16 en 32 zijn geen stapelgetallen.
b Elk oneven getal is van de vorm $2 \cdot n - 1$. Er geldt dat $2 \cdot n - 1 = n + (n - 1)$ en dus is een willekeurig oneven getal $2 \cdot n - 1$ de som van de twee opeenvolgende getallen $n - 1$ en n.
c 64

10 a

Aantal lagen	1	2	3	4	5	6	7
Aantal kogels	1	5	14	30	55	91	140

b De formule klopt, bijvoorbeeld:
$K = 1 \cdot (1 + 1) \cdot (2 \cdot 1 + 1) : 6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 : 6 = 1$;
dit klopt.
$K = 7 \cdot (7 + 1) \cdot (2 \cdot 7 + 1) : 6 = 7 \cdot 8 \cdot 15 : 6 = 140$;
dit klopt.
c Om een vierkant te kunnen maken, moet het aantal kanonskogels een kwadraat zijn.
d Nee, dat lukt niet.
e $K = 24 \cdot (24 + 1) \cdot (2 \cdot 24 + 1) : 6 = 24 \cdot 25 \cdot 49 : 6 =$
4900 kogels
f 70 bij 70 kogels, want $70^2 = 4900$

11 1 + 2 + 3 + … + 48 + 49 = 49 · 50 : 2 = 1225 botsingen.

12 a 7 · 7 = 49
b 6 · 6 = 36
c $(9 - n)^2$ of $(8 - (n - 1))^2$
d 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64 = 204 vierkanten.
e 1 + 4 + 9 + … + 64 + 81 + 100 =
204 + 81 + 100 = 385 vierkanten.

13 a 3 ; 9 ; 18 ; 30 ; 45
b $3 \cdot n \cdot (n - 1) : 2 = 1{,}5 \cdot n \cdot (n - 1)$