Zelftoets 2 Discrete analyse **vwo a&c** **datum:** **naam:**

1 We bekijken de rij $a_n = 8\cdot(1\frac{1}{2})^n$ voor $n = 0, 1, 2, \ldots$ en zijn verschilrij $v_n = a_n - a_{n-1}$, $n = 1, 2, 3, \ldots$

a. Voer de rijen a_n en v_n in op de GR (onder u(n) en v(n)).
Schrijf hiernaast op hoe je het venster ingevuld hebt.

n Min	=
u(n)	=
u(n Min)	=
v(n)	=
v(n Min)	=

b. Ga na of de rij a_n een meetkundige, dan wel rekenkundige rij is of geen van beide. Geef een toelichting.

c. Doe dat ook voor de rij v_n.

d. Geef een directe formule voor de rij v_n .

e. Laat zien dat je formule uit de vorige vraag voldoet door met algebra te laten zien dat $v_n = a_n - a_{n-1}$.

We bekijken de somrij van a_n :
$s_0 = a_0$, $s_1 = a_0 + a_1$, $s_2 = a_0 + a_1 + a_2$, …

f. Voer de rij s_n in op de GR onder w(n) met een recursieve betrekking.
Schrijf op hoe je het venster hebt ingevuld.

w(n)	=
w(n Min)	=

g. Geef een directe formule voor s_n.
Laat zien dat deze formule te herschrijven is tot:
$s_n = 16\cdot (1\frac{1}{2})^{n+1} - 16$

2 We bekijken de rij $a_0, a_1, a_2, \ldots$ en de somrij hierbij:
$s_0 = a_0$, $s_1 = a_0 + a_1$, $s_2 = a_0 + a_1 + a_2$, …

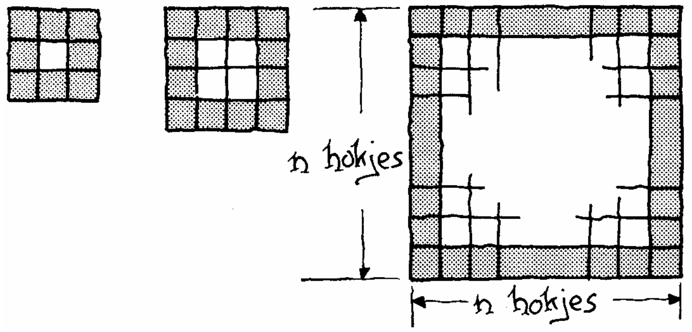
Van de somrij is de formule bekend:
$s_n = 2n^2 - 2$, $n = 0, 1, 2, \ldots$

a. Bereken a_0, a_1 en a_2. Schrijf je berekening op.

b. Geef een directe formule voor a_n.

c. Wat voor een rij is de rij $a_0, a_1, a_2, \ldots$?
Licht je antwoord toe.

3 Op ruitjespapier kun je de letter O tekenen door een aantal hokjes zwart te maken.
Je kunt hem van verschillende groottes maken. Hiernaast zie je de letter O van grootte 3 (drie hokjes breed en hoog), van grootte 4 en van grootte n.



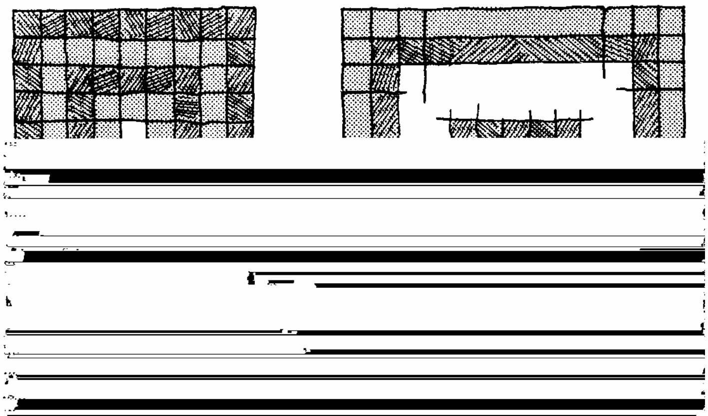
Het aantal hokjes dat je zwart moet maken voor de O van grootte 3 noemen we a_3, het aantal hokjes dat je zwart moet maken voor de O van grootte 4 noemen we a_4, enzovoorts.

a. Bereken a_{10}.

b. Leg, met behulp van het plaatje van de O met grootte n uit dat $a_n = n^2 - (n-2)^2$ ($n = 3,4,5,...$) een directe formule is voor de rij a_3, a_4, a_5, a_6, ...

c. Laat met algebra zien dat de formule uit **b** op hetzelfde neerkomt als $a_n = 4n - 4$ ($n = 3,4,5, ...$).
Wat voor soort rij is a_3, a_4, a_5, a_6, ... dus?

De O-tjes van oneven grootte kun je mooi in elkaar passen. Je krijgt dan een vierkant met een gaatje. In het linker plaatje hiernaast zie je de eerste vier O-tjes met oneven grootte binnen elkaar gepast: dat zijn de O-tjes met grootte 3, 5, 7 en 9.



De eerste n O-tjes van oneven grootte zijn de O-tjes met grootte 3, 5, 7, 9 tot en met $2n + 1$.
In het rechter plaatje zie je deze n O-tjes in elkaar gepast.

d. Gebruik het linker plaatje om de som $a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ handig te berekenen.

e. Gebruik het rechter plaatje om een formule te maken voor de som $a_3 + a_5 + a_7 + ... + a_{2n+1}$.

De rij a_3, a_5, a_7,... is een rekenkundige rij. De som van de eerste n termen kun je dus ook berekenen met de regel die je hebt geleerd voor de som van een rekenkundige rij.

f. Doe dat.

g. Laat, door de haakjes uit te werken, zien dat de formules uit **e** en **f** op hetzelfde neerkomen.