21.1 INTRO

1 Oppervlakte snelweg is 20 km · 18 m = 20.000 m · 18 m = 360.000 m^2.
Zijde vierkant = $\sqrt{360.000}$ = 600 m.

2 a Bij de stip rechtsboven.
b 99 cm

3 a (5+10+15+20+25+30+35+40+45+50) · 2 = 550 mm is de lengte van de spiraal.
b Oppervlakte is 50^2 = 2500 mm^2.

4 a Omtrek is (17·5·2 + 2·15) · 3 = 600 mm.
b Oppervlakte is 16 · 5^2 ·3 + 11 · 5^2 = 1475 mm^2.

21.2 LENGTE EN OPPERVLAKTE

5 a De routes zijn even lang, want de horizontale stukken zijn bij beide routes de breedte van de figuur en de verticale stukken zijn bij beide routes de hoogte van de figuur.
b

HKRHN RPWUHN UHFKWKRHN Â FP
GH JHOLMKRHLNMGLJH GUL FP
GH UHFKWKRHN ± Â FP

iehoek is 36 : 12 = 3 cm.
zeshoek is 6 · 3 = 18 cm.

vierkant is 4 · 2 = 8 cm
zeshoek is 6 · 1,5 = 9 cm

et verschil is (30 – 20) · 2 = 20 cm.

15 dm, dus 15 tegels langs de korte
2 m = 32 dm, dus 32 tegels langs de
ijde.
= 480 tegels
lakte één tegel = 1 dm

^{2}, dus
oppervlakte plein = 480 dm^2.

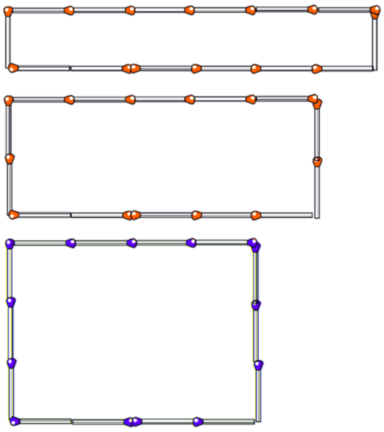
11 10 : 2 = 5 m is de lengte van de bloemen.
30 : 5 = 6 m is de breedte van de tuin.
Opp. bonen is (5 – 3)(6 – 2) = 8 m^2.

12 Oppervlakte tegel is $\frac{6 \cdot 6}{8 \cdot 12}$ = 0,375 m^2.

13 a 7 · 3 = 21 tegels
b 2 · 3 · 4 = 24 blokken

14 Oppervlakte wit is 8 · 10 – 37 = 43.
Oppervlakte grijs is 12 · 9 – 43 = 65.

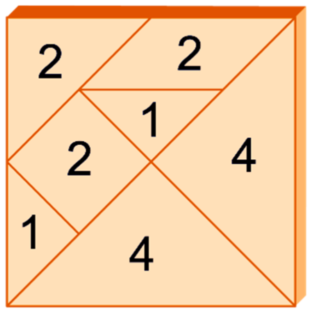
15 a De rechthoeken zijn 1 bij 6 lucifers, of 2 bij 5 lucifers, of 3 bij 4 lucifers.
Zie figuur:



b Respectievelijk 6, 10 en 12 eenheden. (Een eenheid is een vierkant dat je met vier lucifers legt.)

21.3 OPPERVLAKTES VERGELIJKEN

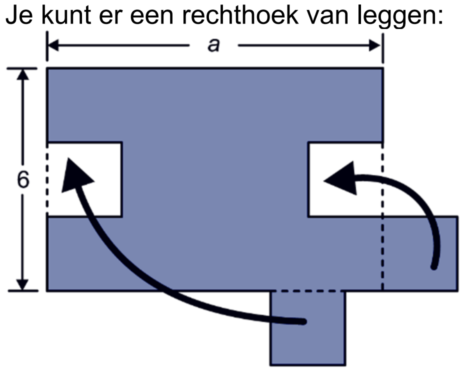
16 a



b 16

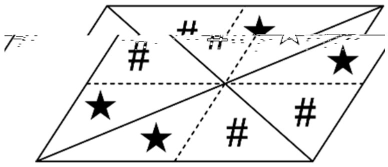
17 De vier kwartcirkels in de hoeken van het vierkant vormen samen een cirkel.
Dus de hoeveelheid grijs binnen het vierkant is dat van 2 cirkels, dus $\frac{2}{5}$ deel.

18 a Je kunt er een rechthoek van leggen:

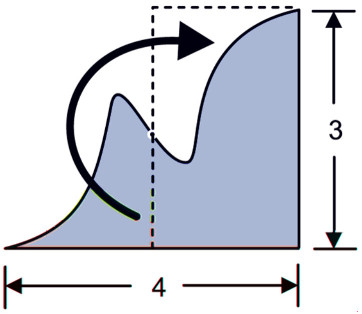


b Oppervlakte is 6*a*.

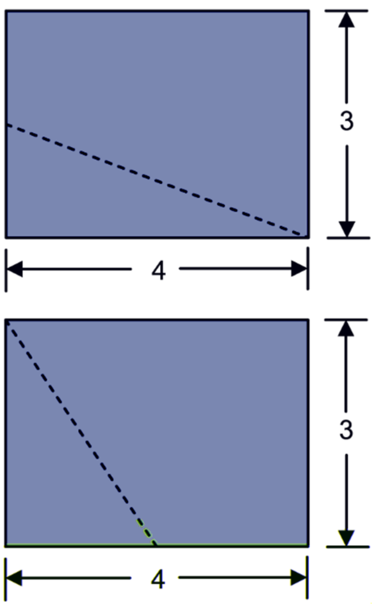
19 Door de twee stippellijnen (zie figuur) er bij te tekenen is de parallellogram verdeeld in 2 maal 4 even grote driehoeken.
Elk stuk bestaat uit een # en een ★.



20 Oppervlakte is 2 · 3 = 6.

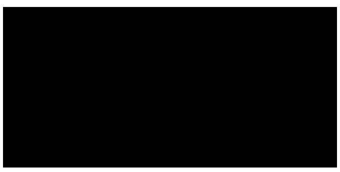


21 a

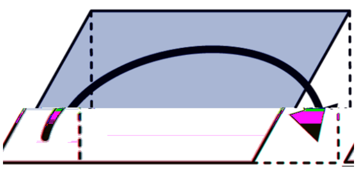


b 12 cm^2 ; 12 cm^2

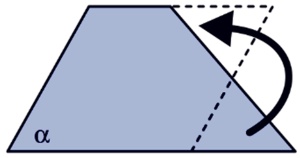
22 In de verdeling zie je dat het grijze gedeelte bestaat uit 4 van de 8 trapezia. Dus de helft is blauw.



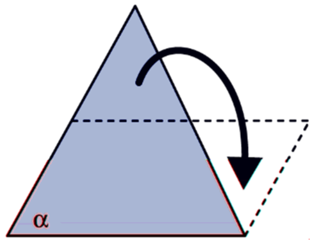
23 a



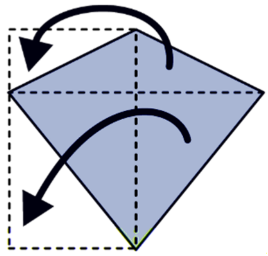
b



c



d



21.4 OPPERVLAKTE VAN ALLERLEI FIGUREN

24 10, 10, 5, 5, 10

25 F: 7 · 3 – 10,5 – 3,5 = 7
G: 4 · 5 – 6 – 3 – 2,5 = 8,5
H: 8 · 7 – 7,5 – 10,5 – 2,5 – 7,5 – 20 = 8
I; 4 · 4 – 2 – 2 – 2 – 2 = 8
J: 4 · 3 – 6 – 2 = 4

26 a Alle vier de parallellogrammen hebben oppervlakte 12 hokjes.
b … 12 hokjes.

27 a Oppervlakte is 3,7 · 2 = 7,4 dm^2
b 5 : 2 = 2,5 dm ver.

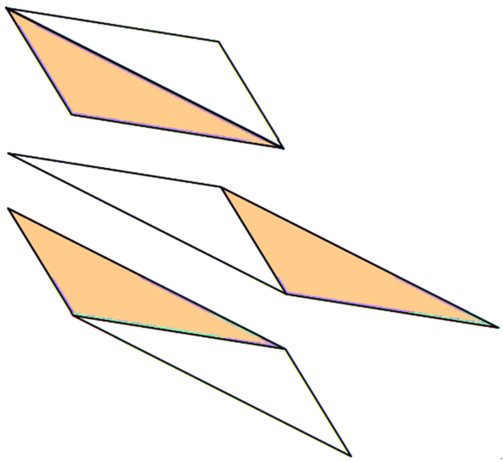
28 a Linker parallellogram 2,5 bij 3,2 cm,
Rechter parallellogram 3,8 bij 2,1 cm.
b Opp. linker parallellogram is 2,5 · 3,2 = 8 cm^2,
Opp. rechter parallellogram is 3,8 · 2,1 = 7,98 cm^2.
Dat de uitkomsten niet precies gelijk zijn, komt door meetfouten.

29 a 3 bij 2,8 cm ; opp. = 3 · 2,8 = 8,4 cm^2
b 4 bij 2,1 cm ; opp. = 4 · 2,1 = 8,4 cm^2
c 3 bij 3,4 cm ; opp. = 3 · 3,4 = 10,2 cm^2
d 4 bij 1,5 cm ; opp. = 4 · 1,5 = 6 cm^2

30 a Oppervlakte *ABCD* is 10·7,5 = 75 m^2.
b 75 : 6 = 12,5 m = *BC*

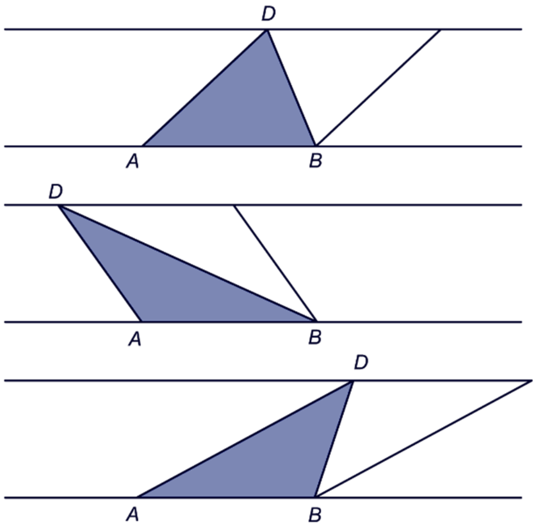
31 Ze hebben alledrie dezelfde oppervlakte. Dat komt omdat de figuren dezelfde basis en dezelfde hoogte hebben.
(De derde figuur moet voor dit argument in twee parallellogrammen verdeeld worden.)

32 a



b De parallellogrammen hebben oppervlakte
$41 \cdot 19 = 779$ mm^2, $24 \cdot 32 = 768$ mm^2
$60 \cdot 13 = 780$ mm^2
De oppervlakte van de driehoek is dan de helft daarvan, dus (ongeveer) 390 mm^2.

33 a

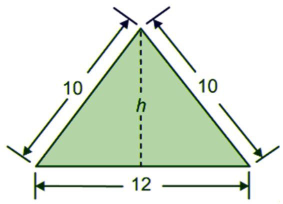


b Oppervlakte *ABCD* is $3 \cdot 2 = 6$ cm^2,
oppervlakte *ABD* is $6 : 2 = 3$ cm^2.

34 a Oppervlakte *ABC* is $12 \cdot 8 : 2 = 48$.
b Zijde *BC*, want $BC \cdot 10 : 2 = 48$.
Dus $10 \cdot BC = 96$, dus $BC = 9{,}6$.

35 a $BC^2 = 15^2 + 20^2 = 625$
$BC = \sqrt{625} = 25$
b Oppervlakte *ABC* is $20 \cdot 15 : 2 = 150$.
c $BC \cdot AD : 2 = 150$
$25 \cdot AD : 2 = 150$
$25 \cdot AD = 300$
$AD = 12$

36 Teken de hoogtelijn en bereken de hoogte *h* van de driehoek met de stelling van Pythagoras.



$h^2 = 10^2 - 6^2 = 64$
$h = \sqrt{64} = 8$
Oppervlakte driehoek is $12 \cdot 8 : 2 = 48$.

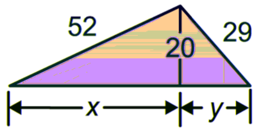
37 a Een hellende kant is 20 bij $\sqrt{8^2 + 15^2} = 17$.
Oppervlakte hellende kant is $20 \cdot 17 = 340$.
Oppervlakte voorkant is $\frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 16 = 120$.
opp. tentdoek is $2 \cdot 120 + 2 \cdot 340 = 920$ dm^2 = 9,2 m^2.
b Inhoud is $8 \cdot 15 \cdot 20 = 2400$ dm^3.

38 Verdeel het trapezium in een vierkant van 3 bij 3 en een rechthoekige driehoek.
Oppervlakte is $3 \cdot 3 + 3 \cdot 3 : 2 = 13{,}5$.

39 Verdeel het trapezium in een parallellogram (met basis 25 en hoogte 20) en een driehoek met basis 25 en hoogte 20).
Oppervlakte trapezium is
$50 \cdot 20 : 2 + 25 \cdot 20 : 2 = 500 + 250 = 750$ cm^2.

40 a Oppervlakte vlieger is $5 \cdot 12 = 60$.
b lange diagonaal = $\sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ cm
c $13 \cdot$ korte diagonaal : 2 = 60
$13 \cdot$ korte diagonaal = 120
korte diagonaal = $\frac{120}{13} = 9\frac{3}{13}$ cm

41 a Zie plaatje voor letters:

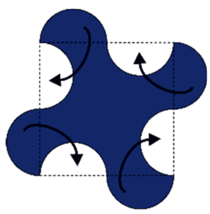


$x^2 = 52^2 - 20^2 = 2304$
$x = 48$
$y^2 = 29^2 - 20^2 = 441$
$y = 21$
Dus het andere latje is $48 + 21 = 69$ cm.
b Oppervlakte rechthoek is $40 \cdot 69 = 2760$ cm^2.
c Oppervlakte vlieger is $2760 : 2 = 1380$ cm^2.

42 Oppervlakte is $3 \cdot 4 : 2 = 6$ cm^2.

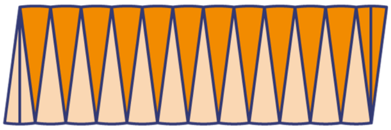
43 a Dat betekent dat de teller zes vakjes heeft.
Als je ermee 10 km hebt afgelegd, springt de teller weer op 0.000,00.
b Omtrek is $2 \cdot \pi \cdot 1 \approx 6{,}28$ m.
c Omtrek wiel is $15{,}92 \cdot \pi \approx 50{,}0$ cm.
Als het wiel 1 meter aflegt, gaat het $100 : 50{,}0 = 2$ keer rond.

44 a Omtrek 8 halve cirkels
= omtrek 4 hele cirkels =
$4 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 = 8\pi \approx 25{,}1$ cm.
b Je kunt de figuur verknippen tot een vierkant.
De oppervlakte is dus
$4 \cdot 4 = 16$ cm^2, zie figuur.



45 a Het grote vierkant heeft zijde 2r en dus oppervlakte 4r^2.
Het kleine vierkant is half zo groot en heeft dus oppervlakte 2r^2.

b



c De afmetingen van de rechthoek zijn r (de straal van de cirkel) en 2 (de halve omtrek van de cirkel).
De oppervlakte is dus $2\pi \cdot 2 = 4\pi$ cm^2.
De oppervlakte is $5\pi \cdot 5 = 25\pi$ cm^2.

46 wateroppervlakte = $\pi{\cdot}50^2 - \pi{\cdot}25^2 \approx 5890$ m^2

47 De oppervlakte van het vierkant is16 cm^2. De vier afgeknipte hoeken vormen samen een hele cirkel met oppervlakte $\pi \cdot 2^2 = 4\pi$.
Blijft over: $16 - 4\pi \approx 3{,}43$ cm^2 = 343 mm^2.

48 a Inhoud is $2 \cdot \pi \cdot 1{,}5^2 = 4{,}5\pi \approx 14{,}1$ dm^3, dus ongeveer 14 liter.

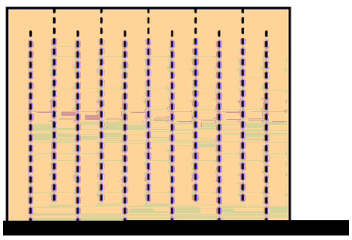
b Oppervlakte zijkant is $\pi \cdot 15 \cdot 2 \cdot 20 = 600\pi$ cm^2.
Oppervlakte onderkant is $\pi \cdot 15^2 = 225\pi$ cm^2.
Oppervlakte totaal is $825\pi \approx 2592$ cm^2.

49 Oppervlakte is $\pi{\cdot}2^2 : 2 - \pi{\cdot}1^2 = \pi$ cm$^2 \approx 314$ mm^2.
Omtrek = $2\pi + \pi + \pi = 4\pi$ cm ≈ 126 mm.

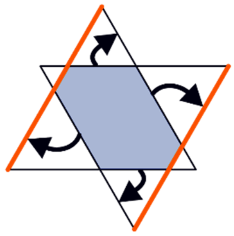
SUPER OPGAVEN

2 Je begint in een stip. Vandaar ga je naar een naburige stip. Dan ga je weer naar een naburige stip. Enzovoort. Je moet zo 99 stappen doen om alle stippen in één koord te verbinden, en alle stappen zijn even groot ….

4
- Vouw de kaart dubbel; zeg dat hij nu 7,2 bij 5 cm is.
- Maak elf knippen van 4,5 cm lang. Doe dat om en om vanaf de vouw en vanaf de andere kant: zes kniplijnen vanaf de vouw en vijf van de andere kant. Neem als onderlinge afstand tussen de kniplijnen 0,6 cm.
- De vouwlijn is nu verdeeld in zeven stukken. De buitenste twee zijn 0,6 mm, de binnenste vijf zijn 1,2 cm. Knip de binnenste vijf door.
Je hebt nu een gat met een omtrek van 11·9 cm = 99 cm. Daar kun jij gemakkelijk doorheen.



7 Alle witte driehoeken rondom de grijze zeshoek zijn gelijkzijdig (want alle hoeken zijn 60°). Als we de zijden van de grijze zeshoek vervangen volgens de pijlen, dan zien we dat de omtrek van de zeshoek gelijk is aan de twee vet getekende zijden, dus aan $2 \cdot 18 : 3 = 12$.



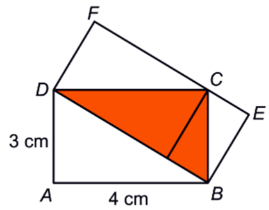
8 Op elke hoek is de buitenkant 8 : 4 = 2 meter langer. Het pad is dus 1 meter breed.

9 Als je de routes van 17 km en 12 km beide één keer rijdt, dan heb je precies de route van 20 km en de kleine onbekende route gereden. Je hebt dan 17 + 12 = 29 km gereden. De kleine onbekende route is daarom 29 – 20 = 9 km.

12 Elk van de 9 vierkanten bestaat uit 100 kleine vierkantjes. 900 kleine vierkantjes hebben samen oppervlakte 1, het kleine zwarte vierkantje heeft oppervlakte $\frac{1}{900}$.

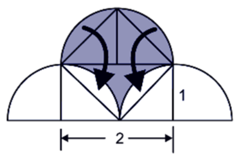
15 Het witte vierkant bestaat uit $3 \cdot 3 = 9$ kleinere vierkantjes.
De hoogte van de rechthoek is $3 \cdot 8 = 24$, dus de zijde van het kleinere vierkant is 24 : 4 = 6.
Zijde witte vierkant is $3 \cdot 6 = 18$.

17 Verdeel driehoek BCD in twee driehoeken zoals in de figuur hiernaast. Je ziet dan dat de uitstekende driehoeken samen even groot zijn als het grijze gebied.

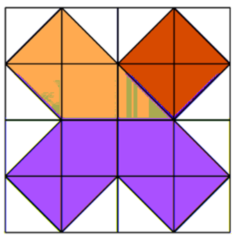


Dat grijze gebied is zelf weer de helft van rechthoek $ABCD$. Dus rechthoek $DBEF$ heeft oppervlakte 12 cm^2.

18 Oppervlakte grijze gebied is $(\sqrt{2})^2 = 2$.
Zie figuur.



20 Teken drie horizontale en drie verticale lijnstukken als hiernaast. Je ziet dan dat de oppervlakte van de witte delen samen de oppervlakte van drie grijze vierkantjes is.
Het hele vierkant is dus even groot als 8 grijze vierkantjes.



De omtrek van de grijze twaalfhoek is 36 cm, dus de zijde van zo'n grijs vierkantje is 3 cm. De oppervlakte van een grijs vierkantje is 9 cm^2, van het hele vierkant dus 72 cm^2.

31 a Ze hebben alledrie oppervlakte 12. De derde figuur kun je verdelen in vier parallellogrammen, met oppervlakte 2, 4, 2 en 4.
De middelste figuur kun je (ingedachten) in dunne schijfjes verdelen. Dat zijn nagenoeg parallellogrammen en daarvan is de oppervlakte 2 keer de hoogte. De totale oppervlakte wordt dan 2 keer de som van al die hoogtes, dus 2 keer 6.

b De oppervlakte is hoogstens 24, namelijk als de hoeken recht zijn, en kan willekeurig dicht bij 0 liggen als het parallellogram erg "plat" is (met twee hoeken van bijna 0°).

38 Driehoek *ACD* en driehoek *BCD* hebben beide dezelfde basis, namelijk *CD*; ook de hoogte van de driehoeken is hetzelfde. Dus de driehoeken *ACD* en *BCD* hebben dezelfde oppervlakte.
Dus dan zijn de oppervlaktes van de driehoeken *ASD* en *BSC* ook even groot. (Je haalt van de driehoeken *ACD* en *BCD*, driehoek *SCD* af.)

43 a Omtrek is $2a + 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{2}a = 2a + \pi a$.

b $400 = 2a + \pi a = a(2 + \pi)$, dus $a = \frac{400}{2+\pi} \approx 78$ m

48 Gewicht pijp is
$(\pi \cdot 0{,}15^2 - \pi \cdot 0{,}13^2) \cdot 10 \cdot 8{,}9 = 1{,}57$ kg

21.6 EXTRA OPGAVEN

1 a Omdat $\angle BAS = \angle DCS$ en $\angle ABS = \angle CDS$ (Z-hoeken); gelijkvormigheidskenmerk *hh.*

b De gelijkvormigheidsfactor van driehoek *CDS* naar driehoek *ABS* is 2 (dat zie je aan de zijden *CD* en *AB*). Dus is de hoogte van driehoek *ABS* ook 2 keer zo groot als die van driehoek *CDS*. Omdat de hoogtes samen 3 zijn, zijn de hoogtes afzonderlijk 2 en 1.

c Oppervlakte *ABS* is $6 \cdot 2 : 2 = 6$ en oppervlakte *CDS* is $3 \cdot 1 : 2 = 1{,}5$.

d De oppervlakte van de driehoeken *ABD* en *ABC* is $6 \cdot 3 : 2 = 9$. Trek daar de oppervlakte van driehoek *ABS* vanaf en je vindt de oppervlakte van de driehoeken *ADS* en *BCS*: $9 - 6 = 3$.

2 De stukken 1, 2 en 3 samen zijn even groot als de stukken 4, 5 en 6 samen.
De stukken 1 en 4 zijn even groot en de stukken 3 en 6 zijn even groot.
Dus zijn de stukken 2 en 5 ook even groot.

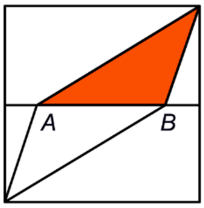
b $BD^2 = BC^2 - CD^2 = 15^2 - 12^2 = 81$, dus
$BD = 9$;
$AD = 14 - 9 = 5$.

c $AC^2 = AD^2 + CD^2 = 5^2 + 12^2 = 169$, dus
$AC = 13$.

10 De twee witte driehoeken vormen een rechthoek van 5 bij 1,5. Door deze en het kleine vierkant van het grote vierkant weg te halen, houd je de oker pijl over. Zijn oppervlakte is:
$5^2 - 3{,}5^2 - 5 \cdot 1{,}5 = 5{,}25$.

11 a De trapezia hebben hoogte 3. Hun oppervlakte is $1{,}5x + 1{,}5y$. Dit is één derde van het hele vierkant.
Dus $1{,}5x + 1{,}5y = 12$.
Delen door 1,5 geeft $x + y = 8$.

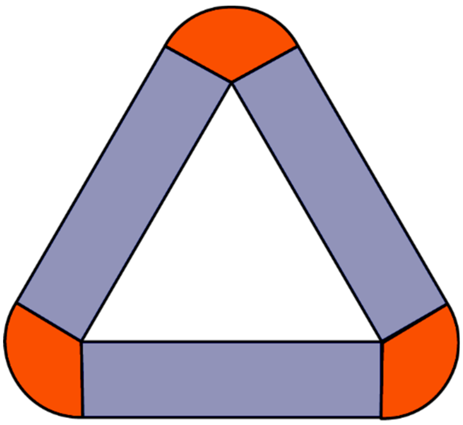
b Het middenstuk heeft oppervlakte 36 : 3 = 12. De oker driehoek is de helft daarvan en heeft dus oppervlakte 6. De hoogte van die driehoek is 3, dus is zijn basis 4.
Dus liggen A en B 4 cm van elkaar.



12 De oppervlaktes van de vierkanten zijn 121, 81, 49 en 25 cm^2.
Noem de oppervlakte van de witte stukken (de overlappingen) van links naar rechts: x, y en z.
De blauwe oppervlakte is dan
$(121 - x) + (49 - y - z) = 170 - x - y - z$
en de oker oppervlakte is
$(81 - x - y) + (25 - z) = 106 - x - y - z$.
De oppervlaktes verschillen dus 64.

13 De oppervlakte van het vierkant is $2^2 = 16$ cm^2.
De twee kwartcirkels vormen samen een halve cirkel, waarvan de oppervlakte is $\pi \cdot 2^2 : 2 = 2\pi$.
De blauwe oppervlakte is dus $16 - 2\pi \approx 9{,}72$ cm^2.

14 De strook bestaat uit drie rechthoeken (elk met oppervlakte $4 \cdot 1$) en drie sectoren die samen een volle cirkel vormen.



De oppervlakte van de strook is dus
$3 \cdot 4 + \pi \cdot 1^2 = 12 + \pi \approx 15{,}14$ cm^2.