De Wageningse Methode wiskunde d

Naam: **Zelftoets Inleiding complexe getallen**

1 Bereken (dat wil zeggen schrijf in de vorm $a+bi$, met a en b reëel):

$(1+2i)^2$

$\dfrac{10}{3-4i}$ ofwel $10(3-4i)^{-1}$

Doe dit zonder rekenmachine.
Schrijf je tussenstappen op.

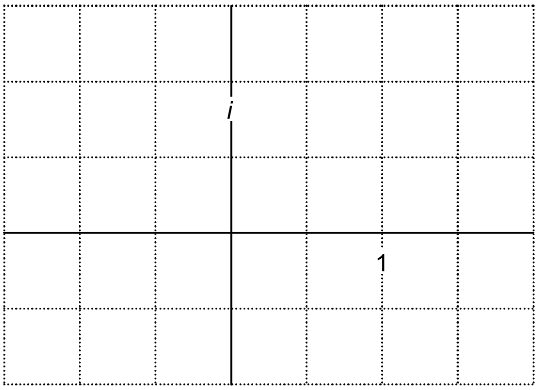
2 We bekijken de vergelijking in z: $z^4 = i$.

a Waarom zijn de oplossingen van de vergelijking unitair?

Eén van de oplossingen ligt in het eerste kwadrant (dwz heeft een positief reëel en imaginair deel). Die oplossing noemen we ε.

b Laat zien dat de andere oplossingen $-\varepsilon$, $i\varepsilon$ en $-i\varepsilon$ zijn.

c Teken de vier oplossingen in het complexe vlak hieronder, licht je antwoord toe.

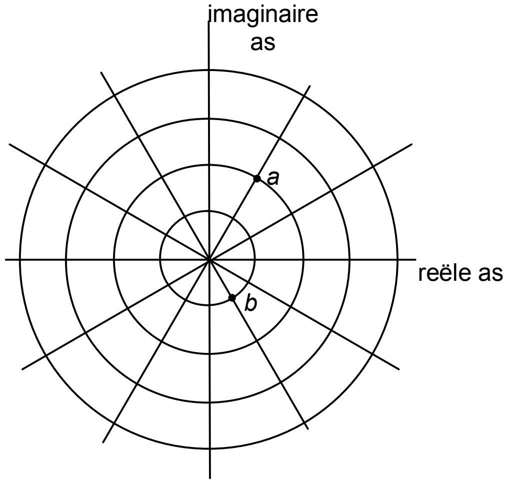


d Bereken zonder rekenmachine $\varepsilon^2 + \dfrac{1}{\varepsilon^2}$.

Schrijf je tussenstappen op.

3 In het complexe vlak zijn cirkels getekend met middelpunt O en straal 1, 2, 3 en 4 en lijnen door O die hoeken van 30° of 60° met de reële as maken. Bekijk de getallen a en b in de tekening.

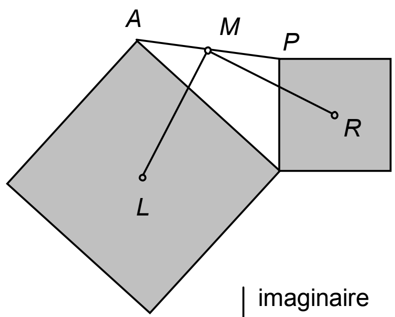
a Teken $a \cdot b$, a^2, b^{-1}, $\overline{a}$, $-2ia$ en $a-2$.
Geef een toelichting (volgende bladzijde).



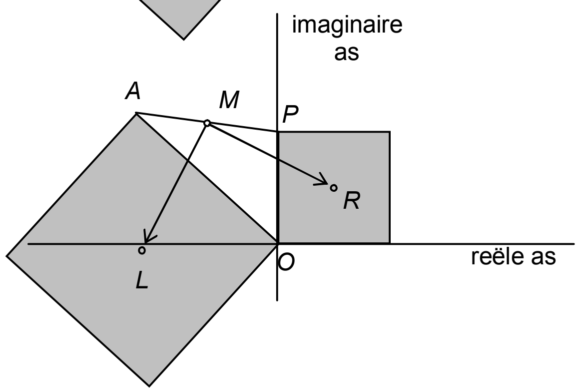
b Bereken zonder rekenmachine $(a-2)^3$.
Schrijf je tussenstappen op.

4 **Meetkunde met complexe getallen**

De grijze figuren zijn vierkanten. Ze hebben een hoekpunt gemeen. Het linker vierkant heeft middelpunt *L*, het rechter *R*. *M* is het midden van het verbindingslijnstuk van twee hoekpunten; zie de figuur.
Dan is hoek *LMR* recht.
We gaan dit bewijzen met complexe getallen.



Neem het gemeenschappelijke hoekpunt als oorsprong *O* van het complexe vlak en kies de assen langs de zijden van het rechter vierkant, zie figuur. Neem de zijde van het rechter vierkant als eenheid, dus bij *P* hoort het complexe getal *i*. We noemen het complexe getal dat bij *A* hoort *a*.



a Druk de getallen die bij *R*, *L* en *M* horen in *a* uit.

b Druk de getallen die bij de twee pijlen in de tekening horen in *a* uit. Wat is de conclusie?

c Hoe zie je uit **b** dat hoek *RLM* 45° is?