

Hoofdstuk 19 ONTBINDEN HAVO

19.1 INTRO

- 1** $11 \cdot 17 = 187$, er liggen 11 of 17 stukjes op een rij.
Dus de puzzel heeft $11+17+11+17-4 = 52$ randstukjes.

19.2 DE OPLOSSING ZOEKEN

2 a

breedte	1	2	3	4	6	8	9	12
leng								

24 $x = 2$ $x = -8$ $x^2 - 5x = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $x = 1$ $x = -\frac{4}{3} = -1\frac{1}{3}$ $x(x - 5) = 0$
 $x = 6$ $x = -3$ $x = 0$ of $x = 5$

19.3 HET PRODUCT IS 0

- 25 a** Een van de getallen moet 0 zijn.
b Dit kan op allerlei manieren, zoals $1 \cdot 60$ of $2 \cdot 30$ of $\frac{1}{4} \cdot 240$.
c $0 ; 0$
d $0 \cdot 4 = 0$
e $x = -1$, want $-4 \cdot 0 = 0$
f $x = 1$ of $x = -1$ of $x = -2$
 Voor andere getallen x is $x - 1$ niet 0, is $x + 1$ niet 0 en is $x + 2$ niet 0.

26 $x = -3$ of $x = -5$
 $x = 3$ of $x = 1\frac{1}{2}$
 $x = 0$ of $x = 4$

27 $x = 2$ of $x = -3$ of $x = 4$ of $x = -5$
 $x = 0$ of $x = 1$ of $x = -4$
 $x = 0$ of $x = -2$ of $x = \frac{1}{3}$ of $x = -4$

28 a $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7)(x - 9) = 0$
b $x(x - 1)(x + 1)(x - 11) = 0$

29 Linkerkolom
 $x = 0$ of $x = 1$ of $x = -1$ of $x = 3$ of $x = -3$
 $x = 0$ of $x = 2$ of $x = 11$
 $x = 9$ of $x = 3$ of $x = -3$
 Rechterkolom
 $x = 0$ of $x = 16$
 $x = 0$ of $x = 4$ of $x = -4$
 $x = 4$ of $x = -4$

30 $x^2 + 4x$ $4x - 2x^2$
 $x^2 + 9x + 20$ $x^2 - x - 20$
 $x^2 - 9x + 20$ $2x^2 - 6x - 20$
 $x^2 + 8x + 16$ $4x^2 - 16x + 16$
31 $x(x + 7)$ $(x + 2)(x + 3)$
 $(x - 5)(x + 1)$ $(x - 1)(x + 7)$
 $(x - 2)(x - 5)$ $x^2(x - 7)$
 $(x - 3)^2$ $(x - 10)(x + 10)$

19.4 OPLOSSEN EN OPSTELLEN VAN VERGELIJKINGEN

32 $x^2 - 5x - 24 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x - 8)(x + 3) = 0$
 $x = 8$ of $x = -3$
 $x^2 - 6x + 8 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x - 4)(x - 2) = 0$
 $x = 4$ of $x = 2$
 $x^2 + 10x = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $x(x + 10) = 0$
 $x = 0$ of $x = -10$

33 a $x^2 + 3x = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $x(x + 3) = 0$
 $x = 0$ of $x = -3$
 Gerd had of het getal 0 of het getal -3 in gedachten.

b $y^2 + 7y - 18 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(y - 2)(y + 9) = 0$
 $y = 2$ of $y = -9$
 Janneke had of het getal 2 of het getal -9 in gedachten.

34 $x^2 + 6x = 16$ ➤ MIN 16
 $x^2 + 6x - 16 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x + 8)(x - 2) = 0$
 $x = -8$ of $x = 2$

$x^2 = 8x$ ➤ MIN 8x
 $x^2 - 8x = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0$ of $x = 8$

$x^2 - 5x = 6$ ➤ MIN 6
 $x^2 - 5x - 6 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x - 6)(x + 1) = 0$
 $x = 6$ of $x = -1$

$x^2 + 16 = 8x$ ➤ MIN 8x
 $x^2 - 8x + 16 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x - 4)^2 = 0$
 $x = 4$

35 a $x(x + 2) = 24$
b $x(x + 2) = 24$
 $x^2 + 2x - 24 = 0$
 $(x + 6)(x - 4) = 0$
 $x = -6$ of $x = 4$
 Afmetingen kamer is 4 bij 4 meter.

36 $x(x + 4) + 4 \cdot 4 = 181$
 $x^2 + 4x + 16 = 181$
 $x^2 + 4x - 165 = 0$
 $(x + 15)(x - 11) = 0$
 $x = -15$ of $x = 11$
 Alleen het antwoord $x = 11$ voldoet, omdat het om een lengte gaat.

37 $x^2 = 2x - 1$
 $x^2 - 2x + 1 = 0$ ➤ MIN 2x, PLUS 1
 $(x - 1)(x - 1) = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $x = 1$

$x^2 = 12 - 11x$ ➤ PLUS 11x, MIN 12
 $x^2 + 11x - 12 = 0$ ➤ ONTBINDEN
 $(x + 12)(x - 1) = 0$
 $x = -12$ of $x = 1$

$$12 - 4x = x^2$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$(x + 6)(x - 2) = 0$$

$$x = -6 \text{ of } x = 2$$

➤ PLUS 4x, MIN 12
➤ ONTBINDEN

$$5x + 14 = x^2$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x = -2 \text{ of } x = 7$$

➤ MIN 5x, MIN 14
➤ ONTBINDEN

38

$$3(x + 1) = x^2 + 5$$

$$3x + 3 = x^2 + 5$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(x - 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = 1$$

➤ HAAKJES WEG
➤ MIN 3x, MIN 3
➤ ONTBINDEN

$$3(x + 1)^2 = x^2 + 3$$

$$3x^2 + 6x + 3 = x^2 + 3$$

$$2x^2 + 6x = 0$$

$$x^2 + 3x = 0$$

$$x(x + 3) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -3$$

➤ HAAKJES WEG
➤ MIN x^2 , MIN 3
➤ DELEN DOOR 2
➤ ONTBINDEN

$$2(x^2 - 2) = 4(x^2 - 3)$$

$$2x^2 - 4 = 4x^2 - 12$$

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x - 2)(x + 2) = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

➤ HAAKJES WEG
➤ MIN $2x^2$, PLUS 4
➤ DELEN DOOR 2
➤ ONTBINDEN

$$3(4 - 3x) + x^2 = 4x^2$$

$$12 - 9x + x^2 = 4x^2$$

$$3x^2 + 9x - 12 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x + 4) = 0$$

$$x = 1 \text{ of } x = -4$$

➤ HAAKJES WEG
➤ MIN x^2 , PLUS 9x, MIN 12
➤ DELEN DOOR 2
➤ ONTBINDEN

39 a

$$x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$$

b

$$x^2 + (x + 2)^2 = (x + 4)^2$$

$$2x^2 + 4x + 4 = x^2 + 8x + 16$$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x - 6)(x + 2) = 0$$

$$x = 6 \text{ of } x = -2$$

c De oplossingen zijn $x = -2$ en $x = 6$. Maar omdat $x > 0$ moet zijn, vervalt de oplossing $x = -2$. De korte rechthoekszijde is 6, de lange rechthoekszijde is 8 en de schuine zijde is 10.

40

$$x(x + 7) = 260$$

$$x^2 + 7x - 260 = 0$$

$$(x + 20)(x - 13) = 0$$

$$x = -20 \text{ of } x = 13$$

Alleen $x = 13$ voldoet, omdat $x > 0$ moet zijn.

$$5x^2 = 405$$

$$x^2 = 81$$

$$x = 9 \text{ of } x = -9$$

Alleen $x = 9$ voldoet, omdat $x > 0$ moet zijn.

$$6x + 6(x - 6) = 168$$

$$12x - 36 = 168$$

$$12x = 204$$

$$x = 17$$

41 a $h + 11$

b

$$h(h + 11) = 210$$

$$h^2 + 11h - 210 = 0$$

$$(h + 21)(h - 10) = 0$$

$$h = -21 \text{ of } h = 10$$

Er zijn 10 honden en 21 katten.

c

$$h(37 - h) = 210$$

$$37h - h^2 - 210 = 0$$

$$h^2 - 37h + 210 = 0$$

$$(h - 30)(h - 7) = 0$$

$$h = 30 \text{ of } h = 7$$

Er zijn 30 honden en 7 katten of 7 honden en 30 katten.

d

honden	1	2	3	5	6	7	10	14
katten	210	105	70	42	35	30	21	15
honden	15	21	30	35	42	70	105	210
katten	14	10	7	6	5	3	2	1

Opgave **b**: Rood gekleurd (is donker gekleurd)
Opgave **c**: Groen gekleurd (is licht gekleurd)

42

Opp. Berends = x^2
Opp. Ermers = $(x - 30)(x - 40)$

Vergelijking:

$$x^2 = 2(x - 30)(x - 40)$$

$$x^2 = 2x^2 - 140x + 2400$$

$$x^2 - 140x + 2400 = 0$$

$$(x - 20)(x - 120) = 0$$

$$x = 20 \text{ of } x = 120$$

$x = 20$ voldoet niet, want dan wordt de lengte en breedte van het land van Ermers negatief.

Afmetingen Berends is 120 bij 120 meter.
Afmetingen Ermers is 90 bij 80 meter.

43

$$(x + 6)^2 = 441$$

$$x + 6 = 21 \text{ of } x + 6 = -21$$

$$x = 15 \text{ of } x = -27$$

Opp. kleine vierkant is $441 - 4 \cdot 6 \cdot 15 = 81$.
Zijde kleine vierkant is $\sqrt{81} = 9$ cm.

44

$$d = \sqrt{9^2 + 9^2} = \sqrt{162} \text{ cm}$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 9)(x - 1) = 0$$

$$x = 9 \text{ of } x = 1$$

➤ ONTBINDEN

$$(3 + x)^2 = 49$$

$$3 + x = 7 \text{ of } 3 + x = -7$$

$$x = 4 \text{ of } x = -10$$

➤ MIN 3

$$x + 2 = 64$$

$$x = 62$$

➤ MIN 3

$$5x^2 = 80$$

$$x^2 = 16$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

➤ DELEN DOOR 5

$$12 - 2x = 2x^2$$

$$2x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$$x = -3 \text{ of } x = 2$$

➤ PLUS 2x, MIN 12
 ➤ DELEN DOOR 2
 ➤ ONTBINDEN

$$(x + 2)^3 = 64$$

$$x + 2 = 4$$

$$x = 2$$

➤ MIN 2

SUPER OPGAVEN

- 10 a** $21 - 11 = 10$ prijzen
b $21 - x$ prijzen
c $11 \cdot 10 = \text{€ } 110,-$
d $x(21 - x)$
e $x(21 - x) = 104$
 $x = 13$ of $x = 8$
 Er zijn 13 prijzen van € 8,- of 8 prijzen van € 13,-.

24 $x^2 + 5x = 24$
 $x(x + 5) = 24$
 $x = 3$ of $x = -8$

$$5x^2 - 15x = 350$$

$$x^2 - 3x = 70$$

$$x(x - 3) = 70$$

$$x = 10$$
 of $x = -7$

$$-3x^2 + 12x = 9$$

$$x^2 - 4x = -3$$

$$x(x - 4) = -3$$

$$x = 1$$
 of $x = 3$

- 23** $x = 3$ $x = 5$ of $x = 9$ $x = 2$ of $x = -2$
 $x = 2$ géén oplossingen $x = 2$ of $x = -2$
 $x = -3$ géén oplossingen $x = 2$ of $x = -2$
 $x = -4$

- 25 a** Eén van de getallen moet 0 zijn.
b Dit kan op allerlei manieren, zoals 1.60 of 2.30 of $\frac{1}{4} \cdot 240$.
c $x - a$ moet 0 zijn of $x - b$ moet 0 zijn.
 Dus $x = a$ of $x = b$.

- 31 a** $k = -15$, $x^2 - 15x - 16 = (x - 16)(x + 1)$
 $k = -6$, $x^2 - 6x - 16 = (x - 8)(x + 2)$
 $k = 0$, $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$
 $k = 15$, $x^2 + 15x - 16 = (x - 1)(x + 16)$
b $k = -17$ of $k = 0$ of $k = 15$

- 39 a** $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 = (x + 3)^2 + (x + 4)^2$
 $3x^2 + 6x + 5 = 2x^2 + 14x + 25$
 $x^2 - 8x - 20 = 0$
 $(x - 10)(x + 2) = 0$
 $x = 10$ of $x = -2$
 De kleinste positieve oplossing van de vijf opeenvolgende getallen is 10.

b $x^2 + (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + (x + 3)^2 =$
 $(x + 4)^2 + (x + 5)^2 + (x + 6)^2$
 $4x^2 + 12x + 14 = 3x^2 + 30x + 77$
 $x^2 - 18x - 63 = 0$
 $(x - 21)(x + 3) = 0$
 $x = 21$ of $x = -3$

De kleinste positieve oplossing van de zeven opeenvolgende getallen is 21.

- 40 a** prijs per persoon: $25 - 0,50 \cdot 7 = \text{€ } 21,50$
 totale prijs: $17 \cdot 21,50 = \text{€ } 365,50$
b prijs per persoon:
 $25 - 0,5(x - 10) = 30 - 0,5x$
 totale prijs: $x \cdot (30 - 0,5x) = 30x - 0,5x^2$
c $30x - 0,5x^2 = 432$
 $x^2 - 60x + 864 = 0$
 $(x - 36)(x - 24) = 0$
 $x = 36$ of $x = 24$
 $x = 36$ voldoet niet, dus $x = 24$.

19.6 EXTRA OPGAVEN

- 1** $2p(2p + 4,5) - p^2 = 120$
 $3p^2 + 9p - 120 = 0$
 $p^2 + 3p - 40 = 0$
 $(p + 8)(p - 5) = 0$
 $p = -8$ of $p = 5$
 Antwoord $p = -8$ voldoet niet, omdat $x > 0$ moet zijn.
 Afmetingen tuin is 14,5 bij 9 meter.

2 $x^2 - 4 = 4x - 4$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x - 4) = 0$
 $x = 0$ of $x = 4$

$$(x + 4)(x - 4) = 4 - x$$

$$x^2 - 16 = 4 - x$$

$$x^2 + x - 20 = 0$$

$$(x + 5)(x - 4) = 0$$

$$x = -5$$
 of $x = 4$

$$(x + 4)^2 = x(x + 4)$$

$$x^2 + 8x + 16 = x^2 + 4x$$

$$4x = -16$$

$$x = -4$$

$$(x - 4)^2 = 4 - x$$

$$x^2 - 8x + 16 = 4 - x$$

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$(x - 3)(x - 4) = 0$$

$$x = 3$$
 of $x = 4$

$$(x + 4)^2 = 16x$$

$$x^2 + 8x + 16 = 16x$$

$$x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0$$

$$x = 4$$

$$(x + 4)^2 = 16$$

$$x + 4 = 4$$
 of $x + 4 = -4$
 $x = 0$ of $x = -8$

- 3** Noem de lengte van de dozen x .
 Inhoud grote doos is $10 \cdot x \cdot 2\frac{1}{2}x = 25x^2$
 Inhoud kleine doos is $10 \cdot x \cdot 2x = 20x^2$
 Vergelijking:
 $20x^2 + 2000 = 25x^2$
 $2000 = 5x^2$
 $400 = x^2$
 $x = 20$ of $x = -20$
 Antwoord $x = -20$ voldoet niet, omdat $x > 0$ moet zijn.
 Afmetingen kleine doos is 10 bij 20 bij 40 cm.

- 4** $(36 - 2x)(44 - 2x) = 660$
 $1584 - 160x + 4x^2 = 660$
 $4x^2 - 160x + 924 = 0$
 $x^2 - 40x + 231 = 0$
 $(x - 7)(x - 33) = 0$
 $x = 7$ of $x = 33$
 Antwoord $x = 33$ voldoet niet, want dan wordt een zijde $44 - 2 \cdot 33 = -22$ meter.
 Dus $x = 7$ meter.

- 5** Opp. hele tuin = $(4x + 48)^2$
 Opp. paden = 400
 Opp. perken = $9 \cdot 16^2$
 Vergelijking:
 Opp. hele tuin = Opp. paden + Opp. perken
 $(4x + 48)^2 = 400 + 9 \cdot 16^2$
 $(4x + 48)^2 = 2704$
 $4x + 48 = 52$ of $4x + 48 = -52$
 $4x = 4$ of $4x = -100$
 $x = 1$ of $x = -25$
 Antwoord $x = -25$ voldoet niet, omdat $x > 0$ moet zijn.
 Breedte van de paden zijn 1 meter.

- 6 a** Henk: $x \cdot (10 - 2x) + 2 \cdot x \cdot 15 = -2x^2 + 40x$
 Erik: $15 \cdot x + 3 \cdot x \cdot (10 - x) = -3x^2 + 45x$
 Vergelijking:
 $-2x^2 + 40x = -3x^2 + 45x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x - 5) = 0$
 $x = 0$ of $x = 5$
 Breedte van de letter is 5 cm.

- b** 7,2 gram geeft een inhoud van 6 cm^3 .
 Vergelijking:
 $-2x^2 + 40x + 6 = -3x^2 + 45x$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x = 2$ of $x = 3$
 De breedte van de letter is 2 cm of 3 cm.

- 7 a** 6 bij 4 bij 1 cm ; 6 bij 4 bij 4 cm
b 1 bij 1 bij 24 cm

cd

lengte	breedte	hoogte	oppervlakte
1	1	24	98
1	2	12	76
1	3	8	70
1	4	6	68
2	2	6	56
2	3	4	52

- e** Bij de afmeting 2 bij 3 bij 4 cm.

- 8 a** De mensen lopen elkaar een beetje in de weg.

b $24 \cdot (10 - 4) = 144$ mp3-spelers

$25 \cdot (10 - 5) = 125$ mp3-spelers

$28 \cdot (10 - 8) = 56$ mp3-spelers

$n \cdot (10 - (n - 20))$ mp3-spelers

c $n \cdot (10 - (n - 20)) = n \cdot (10 - n + 20) = n(30 - n)$

d $25 \cdot (30 - 25) = 25 \cdot 5 = 125$ mp3-spelers

e $n(30 - n) = 125$

$n = 5$, want $5 \cdot 25 = 125$ mp3-spelers

f $n(30 - n) = 216$

g $n(30 - n) = 216$

$n^2 - 30n + 216 = 0$

$(n - 12)(n - 18) = 0$

$n = 12$ of $n = 18$

9 $x^2 + (x - 7)^2 = (x + 1)^2$

$x^2 + x^2 - 14x + 49 = x^2 + 2x + 1$

$x^2 - 16x + 48 = 0$

$(x - 12)(x - 4) = 0$

$x = 12$ of $x = 4$

Antwoord $x = 4$ voldoet niet, omdat de hoogte van de driehoek dan negatief is.

Antwoord $x = 12$.

10 $x^2 + (4 - x)^2 = 10$

$x^2 + 16 - 8x + x^2 = 10$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$(x - 3)(x - 1) = 0$

$x = 3$ of $x = 1$

x is de afstand van een hoekpunt tot het dichtstbijzijnde hoekpunt van het grote vierkant, dus alleen $x = 1$ voldoet.

11 Opp. balk = $2 \cdot (2x^2 + x(x - 5) + 2x(x - 5))$
 $= 2 \cdot (2x^2 + x^2 - 5x + 2x^2 - 10x)$
 $= 10x^2 - 30x$

Vergelijking:

$10x^2 - 30x = 180$

$10x^2 - 30x - 180 = 0$

$x^2 - 3x - 18 = 0$

$(x - 6)(x + 3) = 0$

$x = 6$ of $x = -3$

Antwoord $x = -3$ voldoet niet, omdat $x > 0$ moet zijn.

Afmetingen van de balk zijn 1 bij 6 bij 12.