Havo 5 wiskunde A Substitueren en haakjes uitwerken

Voorbeeld 1
Gegeven zijn de formules $y = 2a + 4b$ en $a = x - 3$ en $b = 3x - 1$.
Druk y uit in x. Schrijf je antwoord zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$\begin{aligned} y &= 2a + 4b \\ &= 2(x-3) + 4(3x-1) \\ &= 2x - 6 + 12x - 4 \\ &= 14x - 10 \end{aligned}$$

Dus $y = 14x - 10$.

Voorbeeld 2
Gegeven zijn de formules $z = 5x - y - 8$ en $y = 3x - 15$.
Druk z uit in x. Schrijf je antwoord zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

$$\begin{aligned} z &= 5x - y - 8 \\ &= 5x - (3x - 15) - 8 \\ &= 5x - 3x + 15 - 8 \\ &= 2x + 7 \end{aligned}$$

Dus $z = 2x + 7$.

Opgave 1
Schrijf je antwoord telkens zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk.

Gegeven zijn de formules $y = 1{,}5c - 0{,}3d$ en $c = 14x + 38$ en $d = 4x + 24$.
a. Druk y uit in x.

Gegeven zijn de formules $z = x - y + 2{,}9$ en $y = 2{,}7x - 4{,}1$.
b. Druk z uit in x.

Gegeven zijn de formules $y = 3x + 2a - 4b$ en $a = 7{,}5 - x$ en $b = 1{,}5x + 2{,}5$.
c. Druk y uit in x.

Gegeven zijn de formules $z = 1{,}4w$ en $w = 3y + 2$ en $y = 0{,}4x - 3{,}6$.
d. Druk z uit in x.

Opgave 2
Een Hyundai i20 rijdt 1 op 18, d.w.z. hij heeft 1 liter benzine nodig per 18 km. Benzine kost 1,60 per liter. Als je weet hoeveel km een reis lang is, dan kun je berekenen hoeveel liter benzine de auto voor die reis nodig heeft. Vervolgens kun de benzinekosten van de reis berekenen. Noem de reisafstand in kilometers R, de benzinekosten (in euro) K en het aantal benodigde liters benzine B.

a. Hoeveel euro kost een reis van 150 km aan benzine?
b. Hoeveel km kun je rijden voor 25 euro aan benzine?
c. Geef een formule voor de benzinekosten K, uitgedrukt in de reisafstand R.
d. Geef een formule voor de reisafstand R, uitgedrukt in de benzinekosten K.

Voorbeeld 3
Gegeven is de formule $y=\frac{4x+10}{7}$.
Druk x uit in y in een formule van de vorm $x=ay+b$ voor zekere getallen a en b.

$$y=\frac{4x+10}{7}$$
$$7y=4x+10$$
$$7y-10=4x$$
$$\frac{7y-10}{4}=x$$

Dus $x=\frac{7}{4}y-\frac{10}{4}$ of $x=1,75y-2,5$.

Voorbeeld 4
Gegeven zijn de formules $z=1,2x+3,4y$ en $x+y=3$.
Druk x uit in z in een formule van de vorm $x=az+b$ voor zekere getallen a en b.

Uit de formule $x+y=3$ volgt dat $y=3-x$. Dit vullen we in bij de andere formule.
$$z=1,2x+3,4y$$
$$=4,2x+3,4(3-x)$$
$$=4,2x+10,2-3,4x$$
$$=0,8x+10,2$$

Dus $z=0,8x+10,2$. Deze formule schrijven we om naar $x=az+b$.
$$z=0,8x+10,2$$
$$z-10,2=0,8x$$
$$\frac{z-10,2}{0,8}=x$$
$$\frac{1}{0,8}z-\frac{10,2}{0,8}=x$$

Dus $x=1,25z+12,75$.

Opgave 3
Herschrijf de volgende formules.

Gegeven is de formule $y = \frac{3x-5}{4}$.

a. Druk x uit in y. Schrijf de formule in de vorm $x = ay + b$.

Gegeven zijn de formules $w = 2x + 3y$ en $y = 2x - 8$.

b. Druk x uit in w. Schrijf de formule in de vorm $x = aw + b$.

Gegeven zijn de formules $K = 7A + 3B$ en $A = 0{,}5T + 1{,}5$ en $B = 1{,}5T + 0{,}5$.

c. Druk T uit in K. Schrijf de formule in de vorm $T = aK + b$.

Gegeven zijn de formules $p - 2q + 3r = 10$ en $r = 2p + q$.

d. Druk q uit in p. Schrijf de formule in de vorm $q = ap + b$.

Opgave 4
In Angelsaksische landen wordt de temperatuur vaak gegeven in graden Fahrenheit. Wij doen dat in graden Celsius. De temperatuur in graden Fahrenheit noemen we F; in graden Celsius noemen we hem C. Tussen F en C is er een lineair verband. Een temperatuur van 0 graden Celsius komt overeen met 32 graden Fahrenheit en een temperatuur van 60 graden Celsius komt overeen met 140 graden Fahrenheit.

a. Laat zien dat de volgende formule geldt: $F = 1{,}8C + 32$.
b. Bereken hoeveel graden Celsius overeenkomt met 100 graden Fahrenheit.
c. Bereken bij welke temperatuur Celsius en Fahrenheit precies gelijk zijn.
d. Geef een formule voor C uitgedrukt in F.

Langs de snelwegen en provinciale wegen in Nederland staan hectometerpaaltjes. Deze paaltjes geven de plaats op de weg aan. De afstand tussen de paaltjes is 1 hm ofwel 100 m.
Op een hectometerpaaltje staan onder andere de volgende gegevens:
– het wegnummer (bijvoorbeeld A4 of N148);
– de hectometeraanduiding: dit is de afstand vanaf het begin van de weg in kilometer in één decimaal (bijvoorbeeld 50,8);
– de rijbaanaanduiding voor de hoofdrijbaan: Re (Rechts) of Li (Links);
– de toegestane maximumsnelheid (bijvoorbeeld 80 km per uur).

Om 06:00 uur precies passeert een motorrijder die op de N227 rijdt hectometerpaaltje 0,4. Zie de foto. De motorrijder rijdt 110 km per uur en dat is veel te hard, want op dit stuk weg geldt een maximumsnelheid van 80 km per uur.

4p **1** Bereken hoeveel seconden tijdwinst de motorrijder per kilometer maakt door 30 km per uur harder te rijden dan de maximumsnelheid.

Als de motorrijder met een constante snelheid van 110 km per uur rijdt, is er een lineair verband tussen zijn plaats op de N227 en de tijd.
Er geldt bij benadering: $P_{motor} = 1{,}83 \cdot t + 0{,}4$

Hierin is P_{motor} de plaats van de motorrijder op de N227 in km en t de tijd in minuten, met $t = 0$ om 06:00 uur precies.

3p **2** Verklaar hoe de getallen 1,83 en 0,4 in de formule zijn gevonden.

Om 6:00 uur is het niet druk op de weg. Precies 2 minuten eerder dan de motorrijder passeerde een automobilist hectometerpaaltje 0,4 op de N227. Deze automobilist houdt zich keurig aan de maximumsnelheid, zodat de volgende formule bij benadering geldt: $P_{auto} = 1{,}33 \cdot (t + 2) + 0{,}4$

Hierin is P_{auto} de plaats van de auto op de N227 in km en t de tijd in minuten, met $t = 0$ om 06:00 uur precies.

Gebruik voor het beantwoorden van de volgende vraag de beide formules.

4p **3** Bereken hoeveel hele minuten, gerekend vanaf 6:00 uur, het duurt totdat de motorrijder de automobilist is gepasseerd.

Neem aan dat de motorrijder en de automobilist nog een tijd met dezelfde constante snelheden verder rijden.
Nadat de motorrijder de automobilist is gepasseerd, geldt voor de afstand D in kilometer tussen de motorrijder en de automobilist een formule van de vorm $D = a \cdot t + b$, met t de tijd in minuten, met $t = 0$ om 06:00 uur precies.

4p **4** Geef de herleiding van deze formule voor D uit de twee gegeven formules.

Antwoorden

Opgave 1
a. $y = 19{,}8x + 49{,}8$
b. $z = -1{,}7x + 7$
c. $y = -5x + 5$
d. $z = 1{,}68x - 12{,}32$

Opgave 2
a. 13,33 euro
b. 281,25 km
c. $K = 0{,}0889 \cdot R$
d. $R = 11{,}25 \cdot K$

Opgave 3
a. $x = \frac{4}{3}y + \frac{5}{3}$
b. $x = \frac{1}{8}w + 3$
c. $T = \frac{1}{8}K - 1\frac{1}{2}$
d. $q = -7p + 10$

Opgave 4
a. De r.c. is 108/60 = 1,8. En bij 0 graden Celsius hoort 32 graden Fahrenheit.
b. 37,8 graden Celsius
c. -40 graden
d. $C = (F - 32)/1{,}8 \approx 0{,}556 \cdot F - 1{,}778$

Inhalen

1 maximumscore 4

1 uur is 3600 seconden	1
110 km in 3600 seconden j jj j 6 8 554665 871 jh i j	1
80 km in 3600 seconden komt overeen met 1 km in 3600/80 = 45 seconden	1
Het antwoord: (45 32,7 =) 12 (seconden) (of nauwkeuriger)	1

2 maximumscore 3

1,83 is de snelheid van de motorrijder in kilometer per minuut	1
De berekening hiervan: 110/60 1,83	1
0,4 is de plaats van de motorrijder op t = 0	1

3 maximumscore 4

De vergelijking $1{,}83 \cdot t + 0{,}4 = 1{,}33 \cdot (t + 2) + 0{,}4$ moet worden opgelost	1
Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost	1
Dit geeft t = 5,32	1
Het antwoord: 6 (minuten)	1

4 maximumscore 4

$D = P_{motor} - P_{auto}$	1
$D = 1{,}83 \cdot t + 0{,}4 - (1{,}33 \cdot (t + 2) + 0{,}4)$	1
$D = 1{,}83 \cdot t + 0{,}4 - 1{,}33 \cdot t - 2{,}66 - 0{,}4$	1
• $D = 0{,}5 \cdot t - 2{,}66$	1