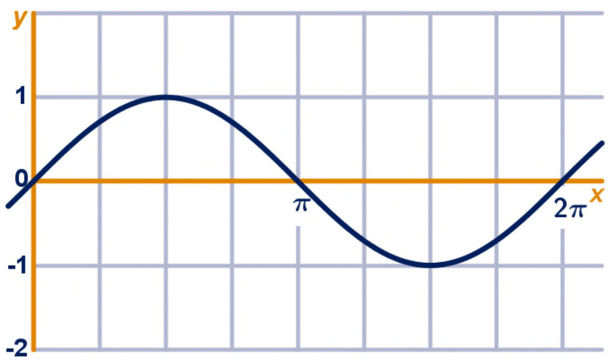
De Wageningse Methode **Zelftoets 11 havo 5 wisB**
Naam: **Goniometrische functies**

1 Sinusoïde
Hiernaast staat de grafiek van $y_1 = \sin(x)$ getekend.



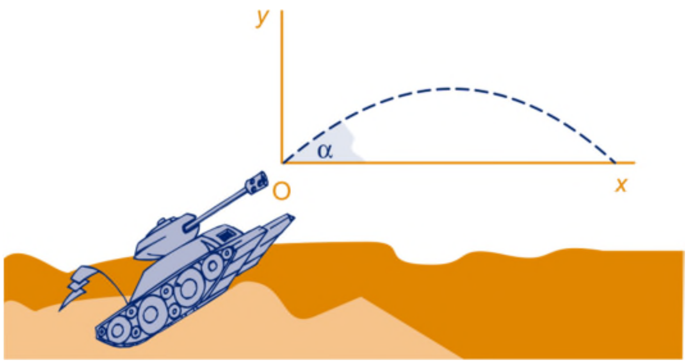
a Teken in de figuur de grafiek van $y_2 = 2\sin(\frac{1}{2}x)$ erbij.

b Met welke transformaties ontstaat de grafiek van y_2 uit de grafiek van y_1 ?

c Bereken het maximum van $y_2 - y_1$.

d Bereken exact de waarde van x op het interval [0, 2] waarvoor $y_2 = 1$.

2 Kanonskogel
Als een kogel wordt afgeschoten onder een hoek α (in radialen) met de (horizontale) begane grond en met een snelheid van 100 m/s, overbrugt hij een afstand van $500\sin(2\alpha)$ meter.

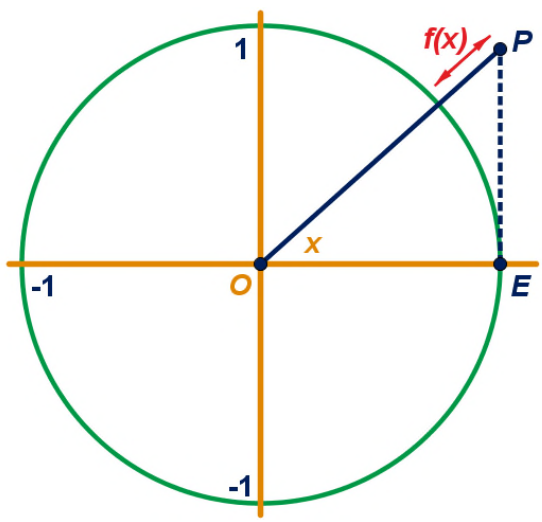


a Leg uit, dus zonder uitgebreide berekeningen, voor welke waarde van α de kogel de grootste afstand overbrugt.
Wat is die grootste afstand?

b Bereken algebraïsch onder welke hoek α (in radialen) de kogel moet worden afgeschoten om een doel op afstand 150 m te treffen.
Rond je antwoorden af op 2 decimalen. [Hoeveel graden is dat?]

c Leg uit met de formule dat de kogel eenzelfde afstand overbrugt als het onder hoek β of onder hoek $\frac{1}{2}\ \ -\beta$ wordt afgeschoten.

3 Afstand tot de eenheidsirkel
Op de eenheidscirkel is $E = (1,0)$.
P is een punt recht boven of onder E, zo dat $\angle EOP = x$ (rad).
Het punt P ligt buiten de eenheidscirkel. Zijn afstand tot de eenheidscirkel is $f(x)$; zie figuur.



a Bereken exact $f(\frac{1}{4}\ \ )$ en $f(\frac{1}{3}\ \ )$.

Er geldt: $f(x) = \dfrac{1}{\cos(x)} - 1$.

b Toon aan dat de formule voor $f(x)$ juist is.

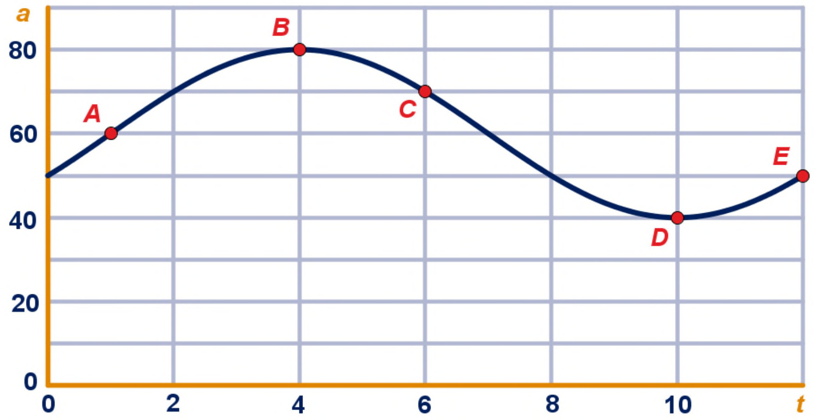
c Bereken exact voor welke waarden van x tussen - en geldt $f(x) = 1$.

De grafiek van f heeft twee verticale asymptoten op het interval [- ,].

d Geef de formules van beide asymptoten.

4 Verkeersdichtheid

Het verkeer op autosnelwegen vertoont vaak periodieke verdichtingen en verdunningen. Bij verdichtingen rijden de auto's dichter op elkaar.
$a(t)$ is het aantal auto's dat per minuut een bepaalde plaats passeert; t is de tijd in minuten.
Op $t = 0$ begint het tellen van de auto's. Hieronder staat een modelmatige grafiek van a als functie van t, voor de eerste twaalf minuten.
We nemen aan dat de auto's altijd even snel rijden, onafhankelijk van verdichtingen en verdunningen.



Op de grafiek zijn vijf punten aangegeven: A, B, C, D en E.

a Leg uit in welk van deze punten er sprake is van een verdichting.

De grafiek is een sinusoïde.

b Hoeveel auto's passeren er in een heel uur?

Je kunt bij de grafiek een formule opstellen in de vorm $a = p + q \cdot \cos(r \cdot t + s)$.
Hierin is a het aantal auto's per minuut, t in minuten.

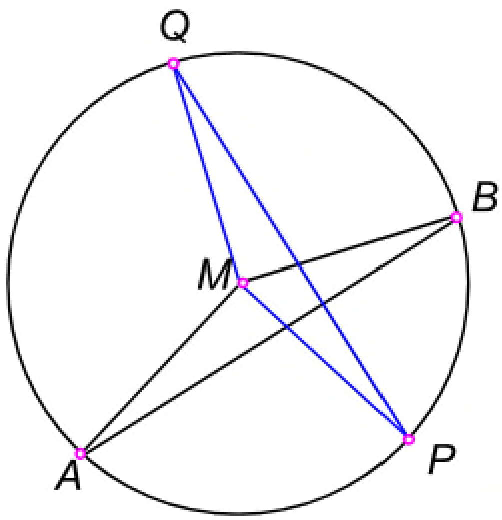
c Geef, met toelichting, deze formule.

Voor een autosnelweg op een andere plek hanteert Rijkswaterstaat het volgende model: $a(t) = 55 - 25 \cdot \sin(0{,}42t - 1{,}26)$.

d Bereken in hoeveel procent van de tijd er volgens dit model van Rijkswaterstaat 70 of meer auto's per minuut passeren.

Extra Gedraaide driehoek in cirkel

In de figuur is een cirkel met middelpunt M en straal 3 getekend. De punten A, B, P en Q liggen op de cirkel. Hoek $AMB = 150^o$.
Driehoek PMQ ontstaat uit driehoek AMB door deze 90^o in tegenwijzerrichting om M te draaien.



a Bereken exact de oppervlakte van driehoek AMB.

b Bereken exact de lengte van AQ en BP.

c Bereken exact de oppervlakte van trapezium $AQBP$.