H23 VERBANDEN VWO

23.0 INTRO

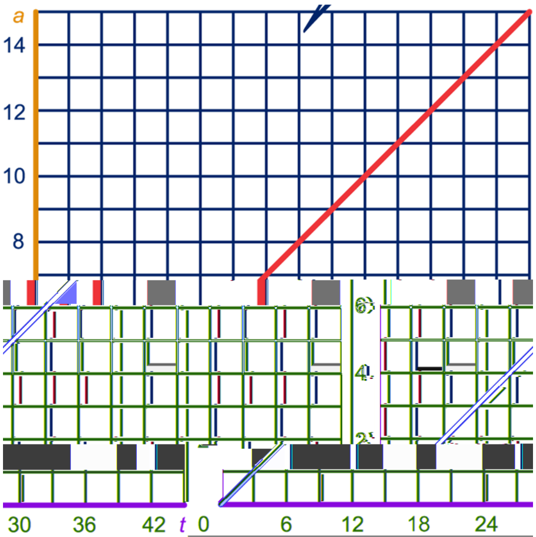
-
De boven- en ondergrens van de aerobe zone: bij 15 jaar tussen 143 en 175.

2 biggen en 44 hanen of
7 biggen en 15 hanen

23.1 VERBANDEN IN DE PRAKTIJK

$12 : 3 = 4$ km

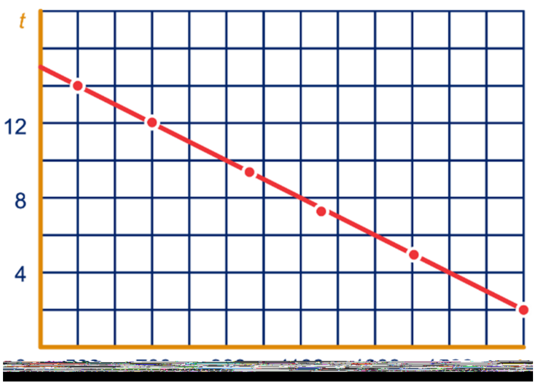
t	0	6	12	15	18	36
a	0	2	4	5	6	12



$119 \cdot 8 : 5 = 190{,}4$ km

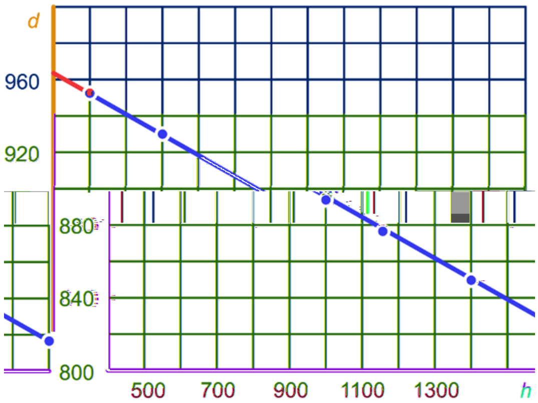
afstand in miles	10	20	50	70	85
afstand in kilometers	16	32	80	112	136

$k = \frac{8}{5} \cdot m$



1900 meter
Elke 100 meter stijging, daalt de temperatuur 1 °C.

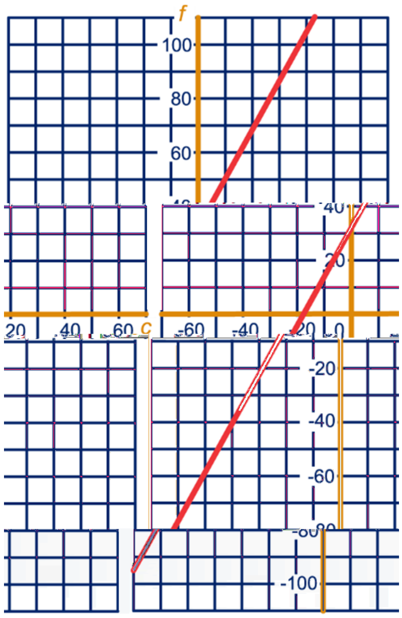
$t + \frac{1}{100} \cdot h = 19$
$100t + h = 1900$



25 °C ; 77 °F.
Halverwege 32 °F en 212 °F: dus $\frac{32+212}{2} = 122$ °F.

0 °C : $0 \cdot 1{,}8 + 32 = 0 + 32 = 32$ °F, klopt
50 °C : $50 \cdot 1{,}8 + 32 = 90 + 32 = 122$ °F, klopt
100 °C : $100 \cdot 1{,}8 + 32 = 180 + 32 = 212$ °F, klopt

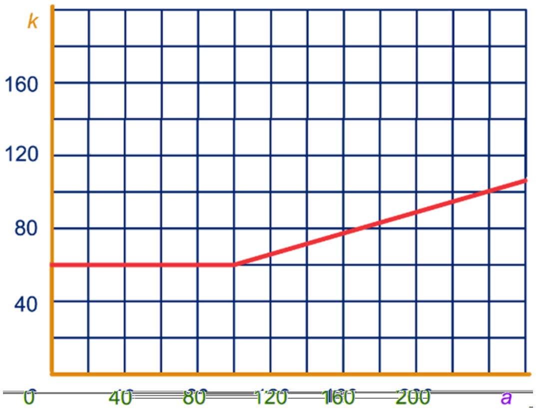
c	-10	10	30	50
f	14	50	86	122



Bij -40 °C.
$f = 1{,}8c + 32$

Vader moet 60 + 60 · 0,30 = 78 euro betalen.

a	0	50	100	150	160	200	250
k	60	60	60	75	78	90	105



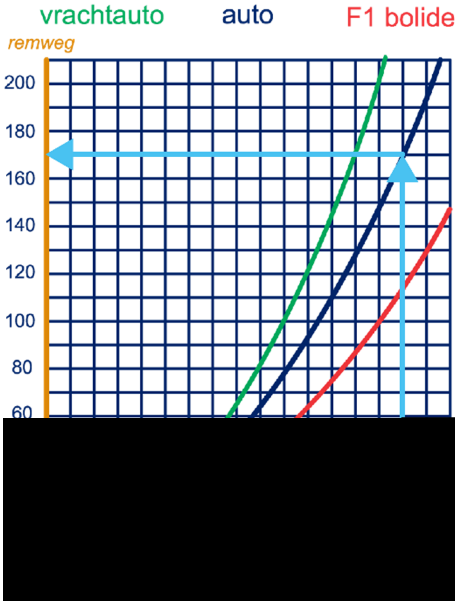
Als $a \leq 100$, dan $k = 60$.
Als $a > 100$, dan $k = 60 + 0{,}3 \cdot (a - 100)$.
99 – 60 = 39 euro extra.
39 : 0,3 = 130 km extra
Dus bij 100 + 130 = 230 km.

Iets minder dan 20 meter.
Ongeveer 170 meter. Zie licht blauwe pijlen in de grafiek bij . Je moet wel eerst de grafiek van de auto doortrekken.
Ongeveer 120 km/u.

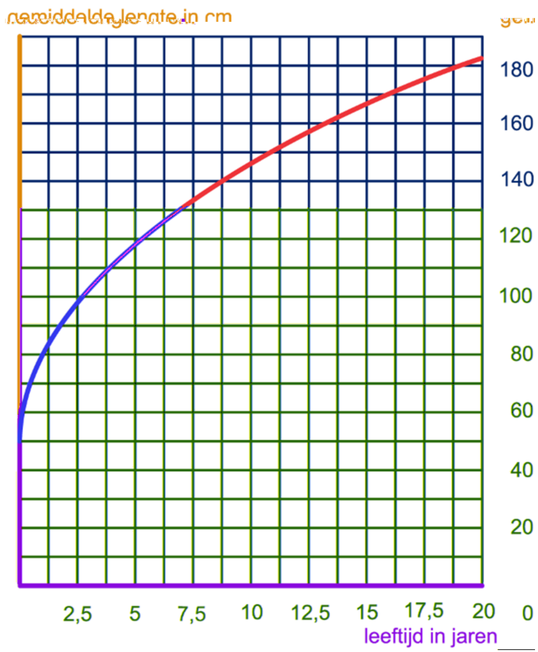
$\left(80:10\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = 48$ m ; $\left(40:10\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = 12$ m

$r = \left(\frac{v}{10}\right)^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{v^2}{100} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3v^2}{400}$

Het klopt redelijk. De formule geeft bij een snelheid van 120 km/u een remweg van $\frac{3 \cdot 120^2}{400} = 108$ meter.



l	0	5	10	15	20
h	50	117	145	166	184



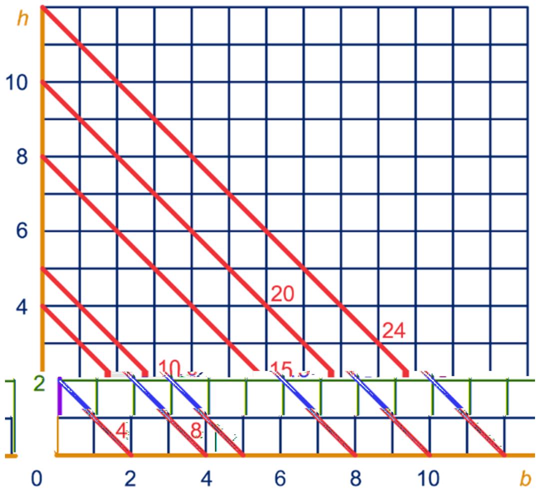
De gemiddelde lengte van jongens van 12 jaar is 154 cm. Karel is $\frac{9}{154} \cdot 100\% \approx 6\%$ korter dan gemiddeld. Dus de schoolarts maakt zich geen zorgen.
Bij een leeftijd van 15 jaar zijn de meisjes gemiddeld 150 cm. De procentuele toename is dus $\frac{20}{130} \cdot 100\% \approx 15\%$.

23.2 VERBANDEN IN RECHTHOEKEN

De omtrek is $2 \cdot 6 + 2 \cdot 4 = 20$ cm.
Bijvoorbeeld 3 bij 7 cm.

b	8	6	6,5	4	9	2	0,5
h	2	4	3,5	6	1	8	9,5

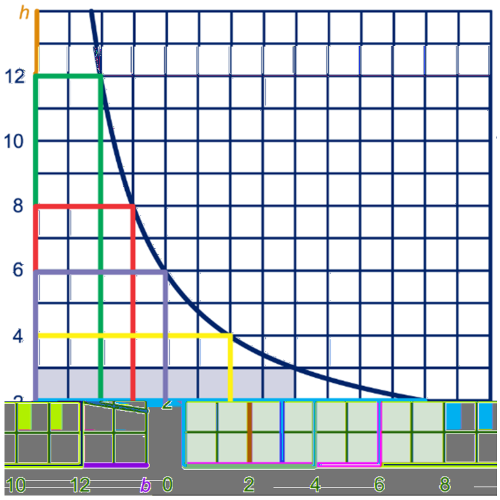
$b + h = 10$



$b + h = 5$ (of $2b + 2h = 10$)

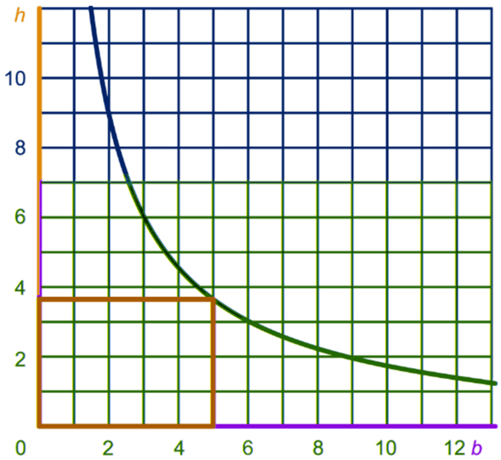
3 bij 8 cm, 2 bij 12 cm, 1 bij 24 cm

b	12	3	4	6	1	16	5
h	2	8	6	4	24	1,5	4,8

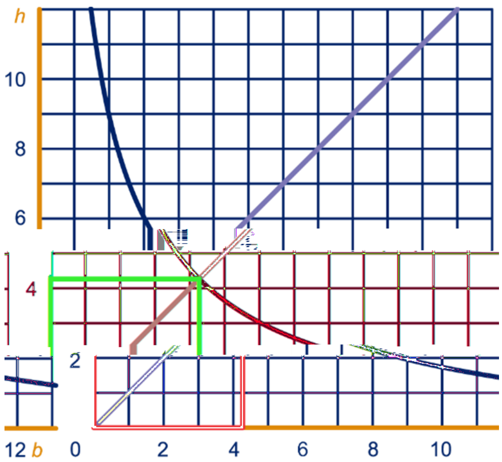


$b \cdot h = 24$

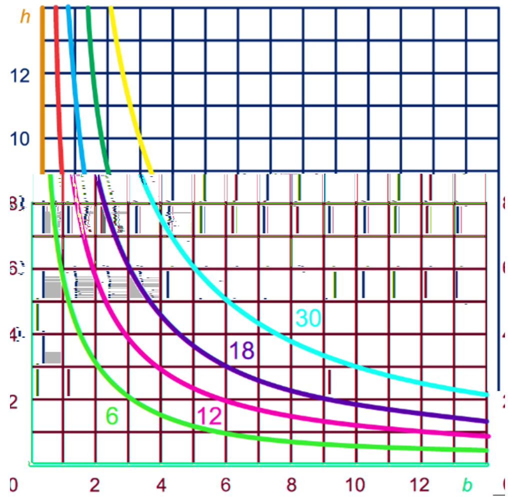
$b \cdot h = 18$



$h = 18 : 5 = 3{,}6$ cm
Teken als hulplijn de lijn waarop alle punten liggen waarvan de eerste en de tweede coördinaat gelijk zijn. Dat is de paarse lijn.

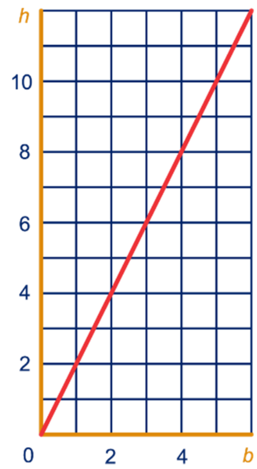


$b^2 = 18$, dus $b = \sqrt{18} \approx 4{,}2$ cm



Bijvoorbeeld de rechthoek met basis 4 en hoogte 8.

b	5	7,5	4,5	2,25	1,5
h	10	15	9	4,5	3



$h = 2b$
Teken bijvoorbeeld een rechthoek met basis 9 en hoogte 3 en een rechthoek met basis 3 en hoogte 1.
Vierkanten.

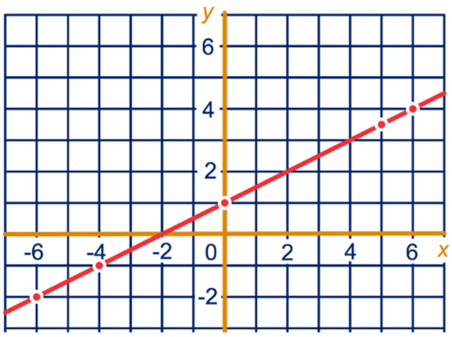
10,8 bij 2,2 of 2,2 bij 10,8
3,5 bij 6,9
4,3 bij 8,7
Omtrek is $6b = 26$.

$b = \frac{26}{6} = 4\frac{1}{3}$

$h = 2 \cdot 4\frac{1}{3} = 8\frac{2}{3}$

23.3 VERBANDEN IN HET VLAK

1e coördinaat	-6	-3	0	2	5	6
2e coördinaat	-2	-0,5	1	2	3,5	4



$y = \frac{1}{2}x + 1$

$y = \frac{1}{2} \cdot 100 + 1 = 51$

$x = (100 - 1) \cdot 2 = 198$

$y = \frac{1}{2} \cdot -\frac{2}{3} + 1 = \frac{2}{3}$, dus voldoet.

$y = \frac{1}{2} \cdot 4\frac{1}{2} + 1 \neq 3$, dus voldoet niet.

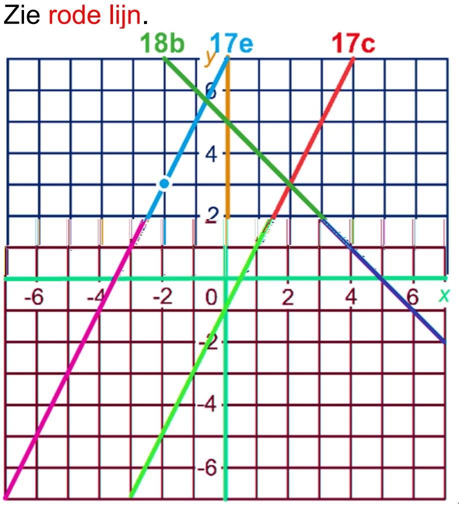
$y = \frac{1}{2} \cdot -10 + 1 \neq -6$, dus voldoet niet.

$y = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{4}{5} + 1 \neq 2\frac{1}{5}$, dus voldoet niet.

$-4 \leq x \leq -2$ of $2 \leq x \leq 4$
$2 \leq y \leq 5$

x	-1	0	1	2	3	4
y	-3	-1	1	3	5	7

$y = (x - 3) \cdot 2 + 5$, ofwel $y = 2x - 1$
Zie rode lijn.



$17 = 2x - 1$
$18 = 2x$
$x = 9$

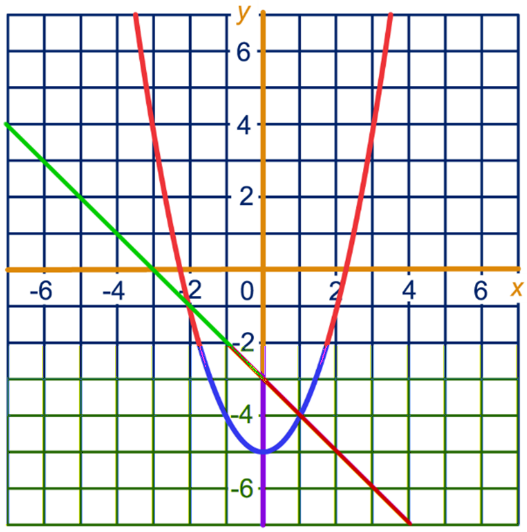
$-17 = 2x - 1$
$-16 = 2x$
$x = -8$

Zie blauwe lijn antwoord .
$y = 2x + 7$

$y = -x + 5$
Zie groene lijn antwoord .
De eerste coördinaat van het snijpunt van de lijnen $y = 2x - 1$ en $y = -x + 5$. Aflezen geeft $x = 2$.

x	-6	-3	0	2	4	6
y	3	0	-3	-5	-7	-9

Zie groene lijn.



$x + y = -3$
$(-1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$

$y = x^2 - 5$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	4	-1	-4	-5	-4	-1	4

Zie rode grafiek antwoord .

$x^2 - 5 = 1\frac{1}{4}$

$x^2 = 6\frac{1}{4}$

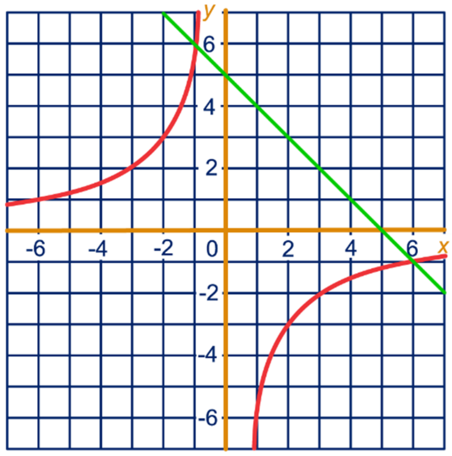
$x = 2\frac{1}{2}$ of $x = -2\frac{1}{2}$

(1,-4) en (-2,-1)

De som van de coördinaten is 5.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	7	6	5	4	3	2

Zie groene lijn.



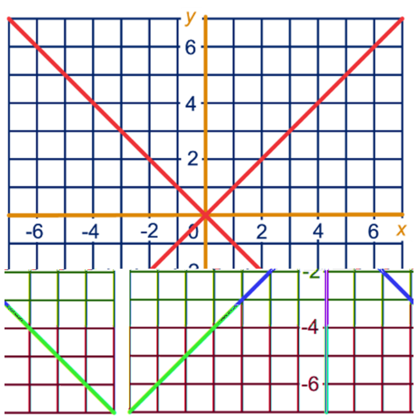
Het product van de coördinaten is -6.

x	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6
y	1	1,5	2	3	6	-6	-3	-2	-1,5	-1

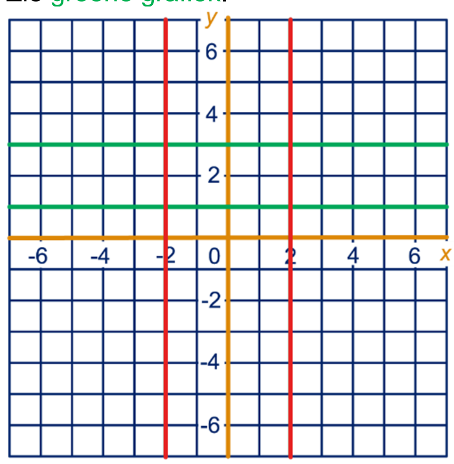
Zie rode grafiek antwoord .
(6,-1) en (-1,6)
$6y = -66$
$y = -11$
$2\frac{2}{5} \cdot y = -6$
$12y = -30$
$y = -30 : 12 = -2\frac{1}{2}$
Omdat er geen enkele waarde is voor y waarvoor geldt $0 \cdot y = -6$.

Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.
Tel er 3 bij op.
$y = \frac{1}{2}x + 3$
Tel er 6 bij op.
Vermenigvuldig met $\frac{1}{2}$.
$y = \frac{1}{2}(x + 6)$
$\frac{1}{2}x + 3 = \frac{1}{2}(x + 6)$

$x^2 = y^2$
(-2,-2) en (-2,2)
$x = y$ of $x = -y$



ja, ja, ja, nee
$y = 1$ of $y = 3$
Zie groene grafiek.



Zie rode grafiek hierboven.
$x = 2$ of $x = -2$
(2,1), (2,3), (-2,1), (-2,3)

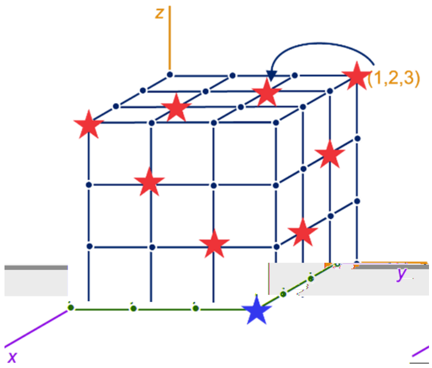
23.4 MET DRIE VARIABELEN

$30x + 6y + z = 250$
$x + y + z = 50$
$30 \cdot 5 + 6 \cdot 10 + 40 = 250$, klopt
$5 + 10 + 40 = 55$, klopt niet
-
$z = 250 - 30x - 6y$
$z = 50 - x - y$
$29x + 5y = 200$
$x = 1$ gaat niet
$x = 2$ gaat niet
$x = 3$ gaat niet
$x = 4$ gaat niet
$x = 5$ geeft $y = 11$
$x = 6$ gaat niet
5 biggen, 11 hanen en 34 kuikens

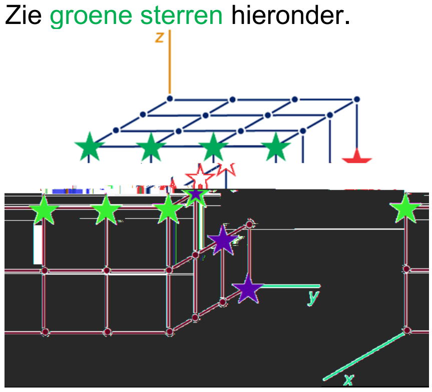
hoogstens 10
$x + y + z = 21$
$3x + 4y + 5z = 80$
$5z = 105 - 5x - 5y$
$5z = 80 - 3x - 4y$
$105 - 5x - 5y = 80 - 3x - 4y$ en dat kun je vereenvoudigen tot $2x + y = 25$.
$x = 10$ geeft $y = 5$ en $z = 6$
$x = 9$ geeft $y = 7$ en $z = 5$
$x = 8$ geeft $y = 9$ en $z = 4$
$x + y + z = 10$
$4x - y = 27$
$x = 7$ geeft $y = 1$ en $z = 2$
Dit is de enige oplossing.

23.5 VERBANDEN IN DE RUIMTE

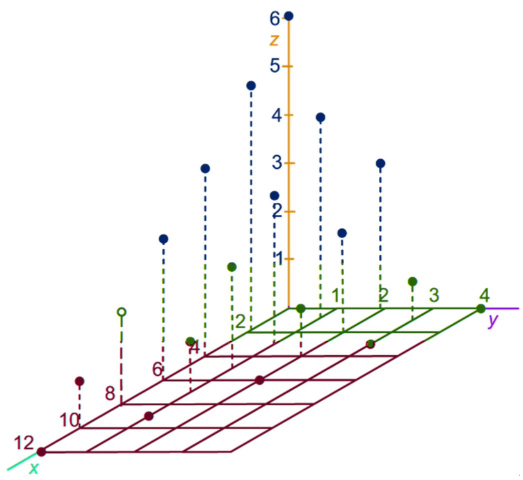
$x + y + z = 6$
$1 + 2 + 3 = 6$; ja



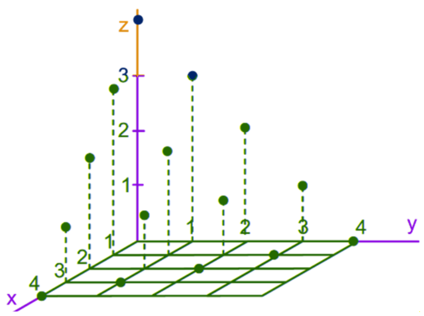
$x = z$
Zie groene sterren hieronder.

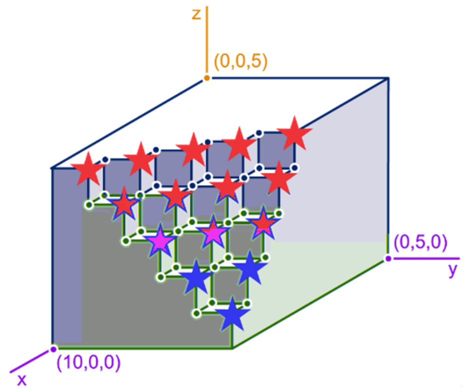


Zie rode sterren hierboven.
(2,3,2)

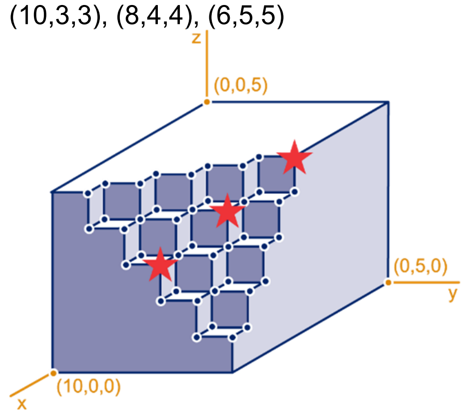


(-1,-1,8), (-10,0,11), (20,-2,-1)
Nee, want dan is $x + 3y + 2z$ ook negatief.
$(10, \frac{1}{3}, \frac{1}{2})$, $(12\frac{1}{2}, 0, -\frac{1}{4})$





(10,3,3), (8,4,4), (6,5,5)

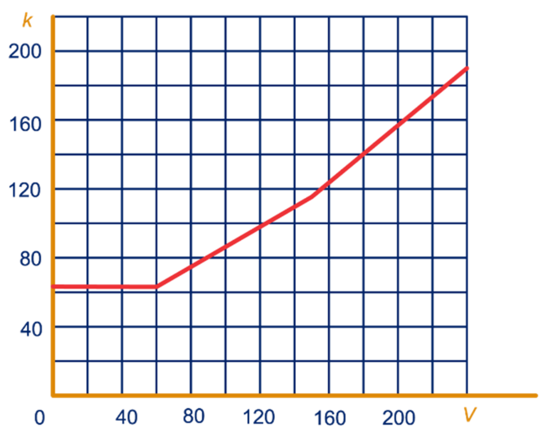


14 of 15

23.6 GEMENGDE OPGAVEN

Om verspilling af te straffen.
$63 + 60 \cdot 0{,}59 = 98{,}40$ gulden
$63 + 90 \cdot 0{,}59 + 30 \cdot 0{,}82 = 140{,}70$ gulden

v	0	30	60	90	120	150	180	210
k	63	63	63	80,7	98,4	116,1	140,7	165,3

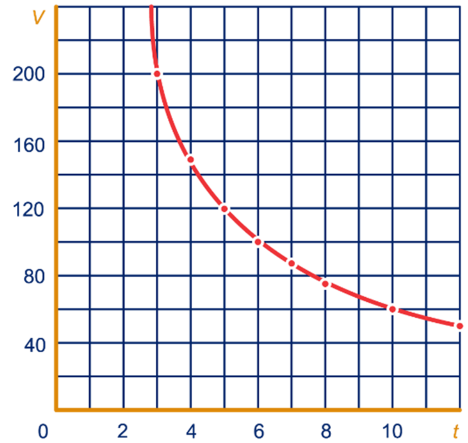


Als $v \leq 60$, dan $k = 63$
Als $60 < v \leq 150$, dan $k = 63 + 0{,}59 \cdot (v - 60)$
Als $150 < v$, dan $k = 116{,}1 + 0{,}82 \cdot (v - 150)$

$600 : 8 = 75$ km/u

t	3	4	5	6	7	8	10	12
v	200	150	120	100	$85\frac{5}{7}$	75	60	50

$$v = \frac{600}{t}$$



120 – 100 = 20 km/u

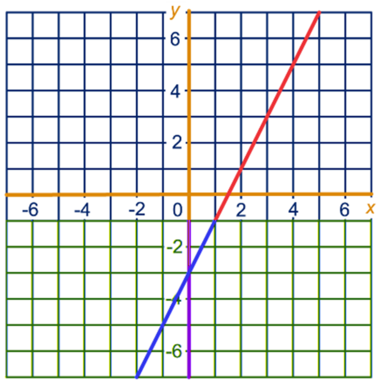
reistijd		snelheid		snelheids-verschil
a	b	a	b	
5	6	120	100	20
6	7	100	$85\frac{5}{7}$	$14\frac{2}{7}$
7	8	$85\frac{5}{7}$	75	$10\frac{5}{7}$
8	9	75	$66\frac{2}{3}$	$8\frac{1}{3}$
t	$t+1$	$\frac{600}{t}$	$\frac{600}{t+1}$	$\frac{600}{t}-\frac{600}{t+1}$

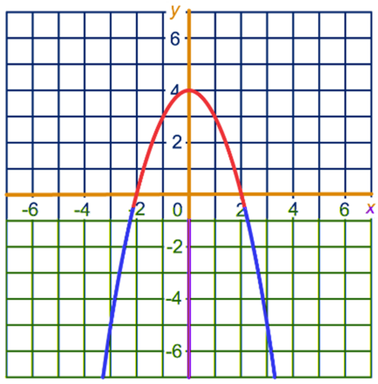
$$\frac{600}{t}-\frac{600}{t+1}=\frac{600t+600}{t(t+1)}-\frac{600t}{t(t+1)}=\frac{600}{t(t+1)}$$

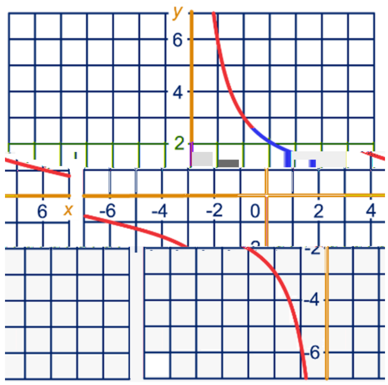
50.000 – x – y – z

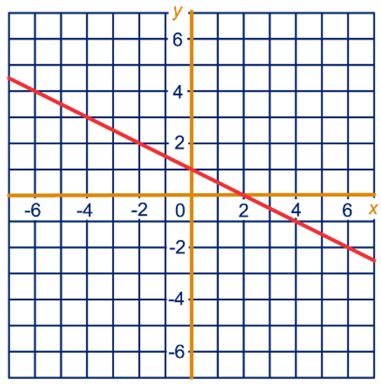
R = 0,07·x+0,08·y+0,09·z+0,06·(50.000–x–y–z)

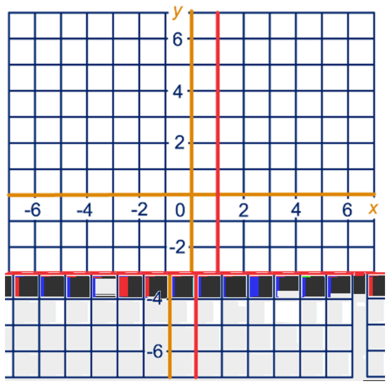
R = 3000 + 0,01x + 0,02y + 0,03z

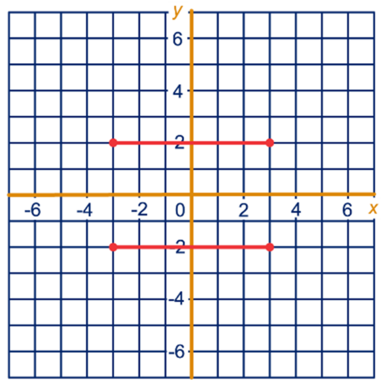






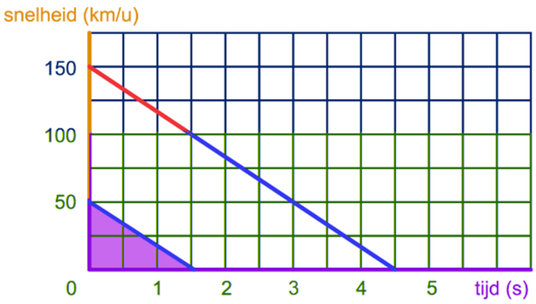




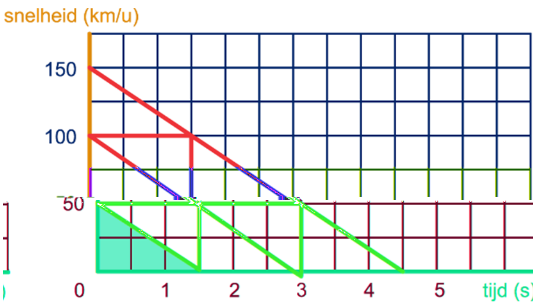


SUPER OPGAVEN

De snelheid op de snelweg is $1\frac{1}{2}$ keer zo groot als op de provinciale weg. Dus de remweg is $\left(1\frac{1}{2}\right)^2=2\frac{1}{4}$ keer zo lang.



De twee driehoeken zijn gelijkvormig. De vermenigvuldigingsfactor is 3. In hoofdstuk 15 - Gelijkvormigheid heb je geleerd dat als een figuur met factor 3 wordt vergroot, dan wordt de oppervlakte met factor 3^2 vergroot. Je ziet dit in de volgende figuur.



veelvlak	grensvlakken	hoekpunten	ribben
4-vlak	4	4	6
6-vlak	6	8	12
8-vlak	8	6	12
12-vlak	12	20	30
-vlak	20	12	30

$G + H = R + 2$

Het 32-vlak heeft:

$(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6) : 3 = 60$ hoekpunten

$(12 \cdot 5 + 20 \cdot 6) : 2 = 90$ ribben

Er geldt: $32 + 60 = 90 + 2$.

Dus de formule van Euler geldt voor het 32-vlak.

Een n-zijdige piramide heeft:

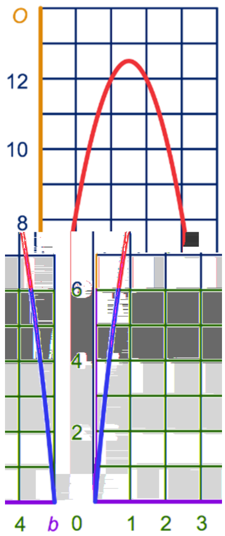
$n + 1$ grensvlakken, $n + 1$ hoekpunten en $2n$ ribben. Dus $G + H = n + 1 + n + 1 = 2n + 2$ en $R + 2 = 2n + 2$. Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurige piramide.

n-zijdig prisma:

$n + 2$ grensvlakken, $2n$ hoekpunten en $3n$ ribben. Dus $G + H = n + 2 + 2n = 3n + 2$ en $R + 2 = 3n + 2$. Dus de formule van Euler geldt voor een willekeurig prisma.

De breedte is b. Omdat de boer 10 meter gaas heeft, is de lengte van de ren $10 - 2b$ meter. De oppervlakte is gelijk aan breedte · lengte, dus $O = b \cdot (10 - 2b)$.

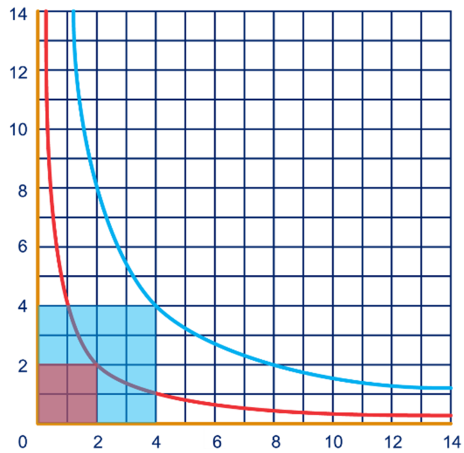
b	0	1	2	3	4	5
O	0	8	12	12	8	0



De grafiek is symmetrisch. Uit de grafiek lees je af dat de oppervlakte het grootst is als de breedte $2\frac{1}{2}$ meter is.

De lengte is dan $10 - 2 \cdot 2\frac{1}{2} = 5$ meter.

De oppervlakte is 4.



$b \cdot h = 16$

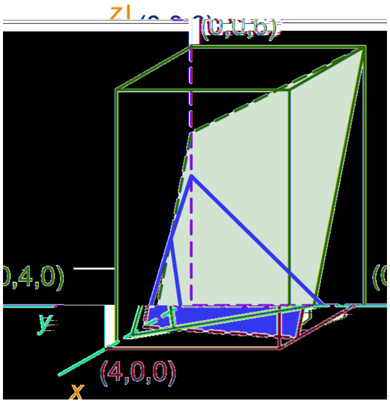
$b \cdot h = 4n^2$

$2x + 1 \rightarrow 4x + 3 \rightarrow 8x + 7 \rightarrow 16x + 15$,

dus $y = 16x + 15$.

$4 \cdot 3 - 4 + 2 \cdot 0 = 8$, klopt.

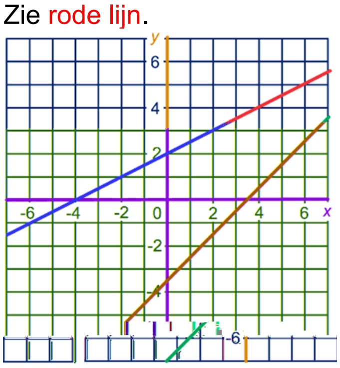
(2,0,0), (0,0,4), (0,4,6)



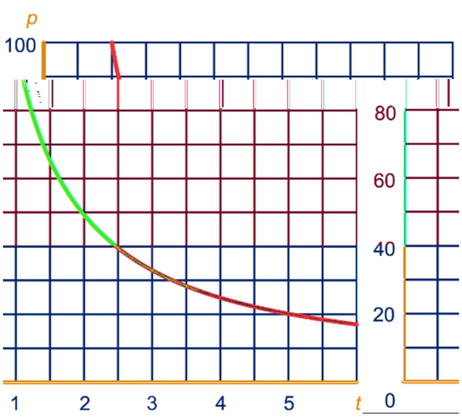
-
$y = 4x + 2z - 8$
$y = 3 - x - z$
$5x + 3z = 11$
(1,0,2)

23.8 EXTRA OPGAVEN

$-x + 2y = 4$
Zie rode lijn.



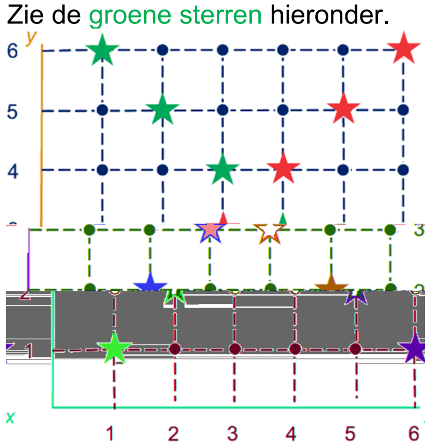
(4,4)
Zie groene lijn antwoord .
$y = (-2x + 7) : -2$, ofwel $y = x - 3\frac{1}{2}$
$-x + 2(x - 3\frac{1}{2}) = 4$
$x - 7 = 4$
$x = 11$, dan $y = 11 - 3\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$
Punt $(11,7\frac{1}{2})$.



(halve) hyperbool

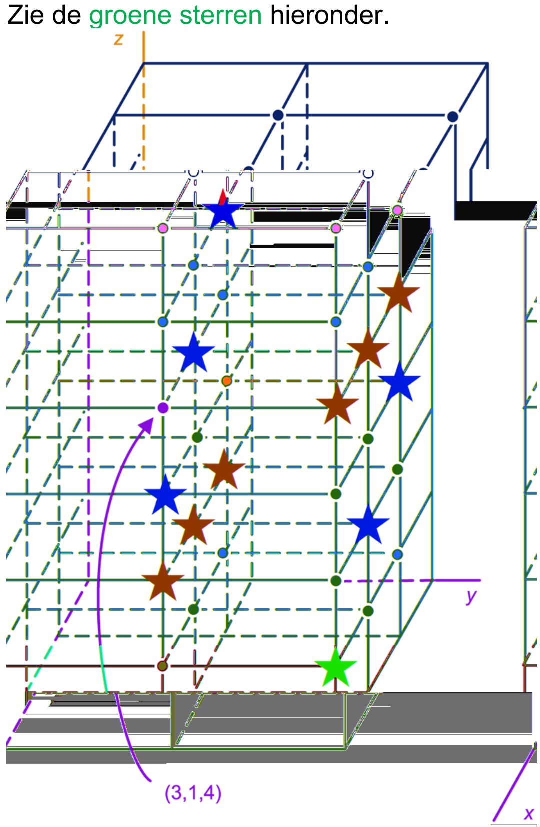
$x + y + z = 15$
$0{,}1x + 0{,}4y + 0{,}6z = 6$
$x = 15 - y - z$
$x = 60 - 4y - 6z$
$15 - y - z = 60 - 4y - 6z$
$3y + 5z = 45$
$z = 0$ geeft $y = 15$ en $x = 0$
$z = 3$ geeft $y = 10$ en $x = 2$
$z = 6$ geeft $y = 5$ en $x = 4$
$z = 9$ geeft $y = 0$ en $x = 6$

Zie de groene sterren hieronder.



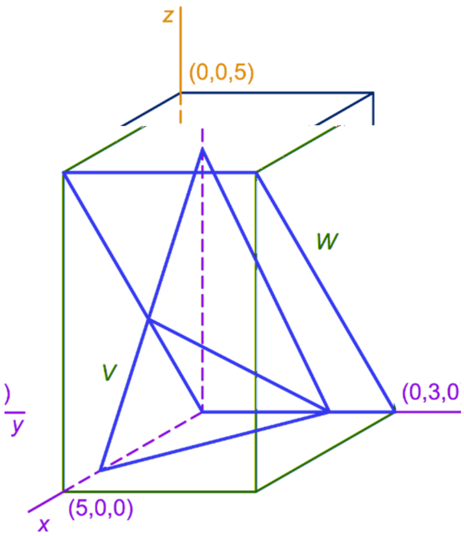
$x + y = 7$
Kans is $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
Zie de rode sterren hierboven.
$x = y$

Zie de groene sterren hieronder.



$z = 2y$
6 verschillende worpen ; kans is $\frac{6}{3 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
$x + 2y + z = 8$
Zie rode sterren hierboven.

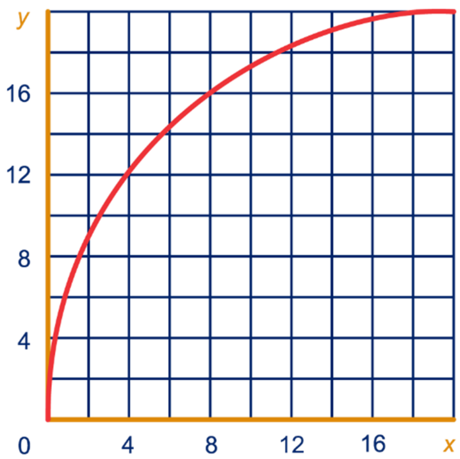
Kans is $\frac{6}{3\cdot 2\cdot 6}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.



(1,1,1)

$y^2 + (20 - x)^2 = 400$

x	0	4	8	12	16	20
y	0	12	16	18,3	19,6	20



$x \cdot y = x + y$
$x \cdot 4 = x + 4$
$3x = 4$
$x = 1\frac{1}{3}$

$-1 \cdot y = -1 + y$
$1 = 2y$
$y = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=1$ vermenigvuldigen met xy geeft
$y + x = xy$.