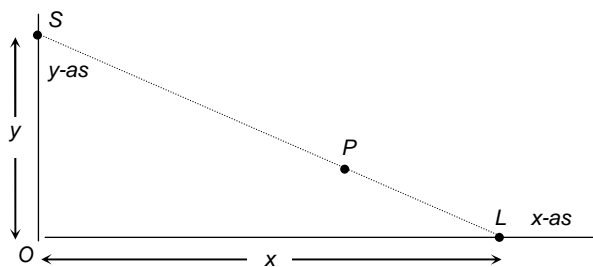


**Zelftoets 6 Inleiding differentiëren vwo4 b** datum:                      naam:

1 In het punt  $L$  op de  $x$ -as bevindt zich een puntvormige lichtbron. De afstand van  $L$  tot de oorsprong  $O(0,0)$  noemen we  $x$ . De schaduw  $S$  van het punt  $P(4,1)$  ligt op de  $y$ -as (dat is dus het projectiescherm). de afstand van  $S$  tot  $O$  noemen we  $y$ . Er geldt:  $y = \frac{x}{x-4}$ .



- a. Toon dit met gelijkvormigheid aan.
- b. Teken de grafiek van  $y$  als functie van  $x$  op de GR.

Als  $x=8$ , dan  $y=2$ . We laten  $x$  toenemen tot  $8 + \Delta x$ , dan neemt  $y$  toe tot  $2 + \Delta y$ .

- c. Toon met een berekening aan dat  $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{4 + \Delta x}$ .

- d. Wat is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek in het punt  $(8,2)$ ?
- e. Geef een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek in  $(8,2)$ . Controleer je antwoord met de GR, schrijf op hoe je dat gedaan hebt.

Het lampje wordt over de  $x$ -as bewogen. Het gaat met een snelheid van  $20 \text{ cm s}^{-1}$  door  $(8,0)$ .

- f. Met welke snelheid gaat de schaduw door  $(0,2)$ ?

2 Gegeven is de functie  $y = x^2 + |x-1|$ .

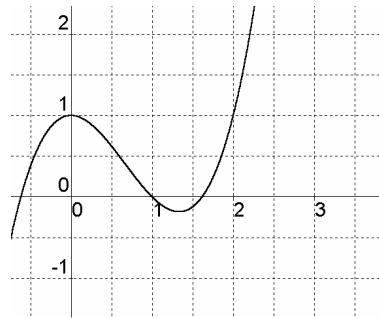
- a. Teken de grafiek op de GR en zoom in op het punt  $(1,1)$ .

Zoals je ziet zit er een knik bij  $(1,1)$ . Je kunt spreken van de rechter raaklijn in  $(1,1)$  en van de linker raaklijn in  $(1,1)$ .

- b. Benader de richtingscoëfficiënt van de linker- en van de rechter raaklijn in  $(1,1)$  met behulp van rekschema's. Schrijf je berekening op.

3 Hiernaast staat de grafiek van  $y = x^3 - 2x^2 + 1$ .

a. Bepaal met behulp van de grafiek zo goed mogelijk het punt waar de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek  $-1$  is. Laat duidelijk zien hoe je dat gedaan hebt.



b. Bereken de coördinaten van het punt uit a met behulp van de afgeleide.

c. Bereken de coördinaten van het buigpunt van de grafiek van  $f$ .

d. Bereken het maximum en het minimum van  $f$  exact.

e. Voor welke waarden van  $p$  heeft de vergelijking in  $x$ :  
 $x^3 - 2x^2 + 1 = p$  drie oplossingen?  
Licht je antwoord toe.

4 Gegeven is de functie  $f$  met  $f(x) = \frac{1}{x}$ . Zoals bekend bereken je  $f'(a)$  door  $x$  in de uitdrukking  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  naar  $a$  te laten naderen.

a. Laat zien dat  $f(x) - f(a)$  te schrijven is als  $\frac{a - x}{xa}$ .

b. Hoe volgt hieruit dat  $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\frac{1}{xa}$ ?

c. Geef een formule voor  $f'(x)$ .

d. Laat zien dat de regel:  $f'(x) = n \cdot x^{n-1}$  ook geldt voor  $n = -1$ .

e. Geef een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van  $f$  in  $(2, \frac{1}{2})$ .