

De Wageningse Methode

Naam:

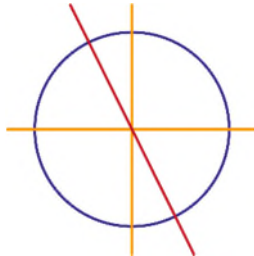
Zelftoets 8 Klas V5b

Goniometrie



- 1 Anneke wil de vergelijking $\sin(t) = -2 \cos(t)$ oplossen. Om de punten op de eenheidscirkel die met de oplossingen corresponderen in beeld te brengen, heeft ze een lijn getekend door de oorsprong; zie plaatje.

a Leg uit hoe dat zit.



Bekend is de formule $\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1$. Door deze formule te combineren met $\sin(t) = -2 \cos(t)$, kun je $\sin(t)$ en $\cos(t)$ exact berekenen.

- b Doe dat en vereenvoudig de wortels.
- c Bereken langs algebraïsche weg de waarden van t tussen 0 en 2π waarvoor $\sin(t) = -2 \cos(t)$, in drie decimalen.

- 2 Een punt beweegt in het Oxy-vlak volgens:

$$x(t) = 2 \sin(t) \text{ en } y(t) = -1 + \cos(2t).$$

Als je de baan van deze beweging tekent op de GR, krijg je een grafiek die je aan een stuk van een parabool doet denken. Het is ook een stuk van een parabool, namelijk van die met formule $y = -\frac{1}{2}x^2$.

- a Bewijs dat de kromme inderdaad een stuk van de parabool met formule $y = -\frac{1}{2}x^2$ is.

Als t van $\frac{1}{2}\pi$ tot $20\frac{1}{2}\pi$ loopt, wordt het punt $(0,0)$ een aantal malen gepasseerd.

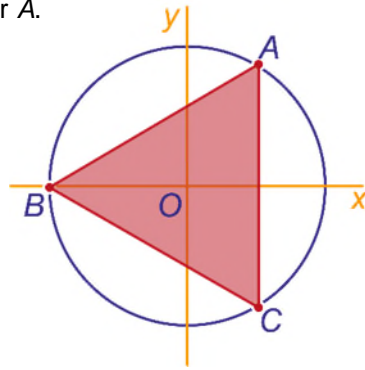
- b Hoe vaak?

- 3 Los exact op voor $-2\pi \leq x \leq 2\pi$:

$$-\sin(x) = \cos\left(\frac{1}{8}\pi\right)$$

$$\sin(x) = \cos\left(x - \frac{1}{2}\pi\right)$$

- 4 We bekijken de oppervlakte $O(t)$ van driehoek ABC met $A = (\cos(t), \sin(t))$ en $B = (-1, 0)$, waarbij $0 \leq t \leq \frac{1}{2}\pi$. C ligt recht onder A .



- a Toon aan dat $O(t) = \sin(t) + \frac{1}{2} \sin(2t)$.

- b Bereken exact met differentiëren voor welke waarde van t de waarde van $O(t)$ maximaal is.

- 5 Gegeven is de functie $f: x \rightarrow \sin\left(x + \frac{1}{3}\pi\right) + \sin\left(x - \frac{1}{3}\pi\right)$. Als je de grafiek van f tekent op de GR, lijkt hij wel op een sinusfunctie met formule $y = a \cdot \sin(x)$, voor zekere waarde van a .

- a Bewijs dat dat inderdaad het geval is en bereken a exact.

- b Wat is de amplitude van f ?

- 6 Een punt beweegt met variërende snelheid over de eenheidscirkel volgens: $x(t) = \cos(\cos(t))$ en $y(t) = \sin(\cos(t))$, met $0 \leq t \leq \pi$. De baan is een cirkelboog.

- a Teken de baan op de GR.

- b Hoe lang is de baan? Licht je antwoord toe.

- c Wat is dus de gemiddelde snelheid van het punt tussen $t = 0$ en $t = \pi$?

Het volgende onderdeel kun je ook maken als het vorige je niet gelukt is.

- d Bewijs dat de snelheid op tijdstip t gelijk is aan $\sin(t)$.