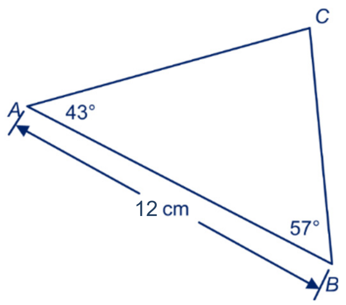
H24 GONIOMETRIE VWO

24.0 INTRO

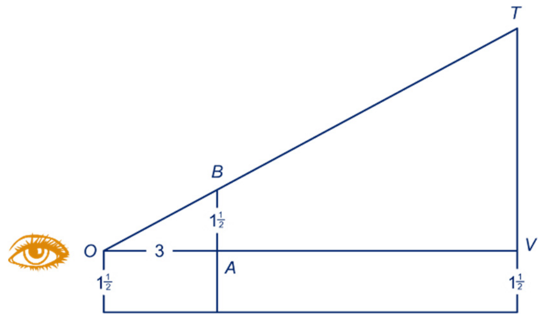
1 **a** 6 km : 50.000 = 12 cm
b



24.1 HOOGTE EN AFSTAND BEPALEN

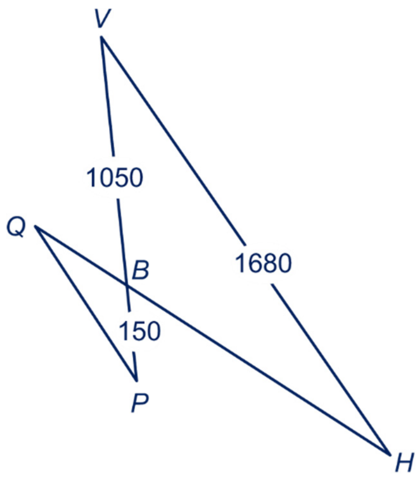
2 **a** factor = $\frac{3}{0{,}6} = 5$
b Diepte put is 5 · 1 = 5 meter.

3 **a**



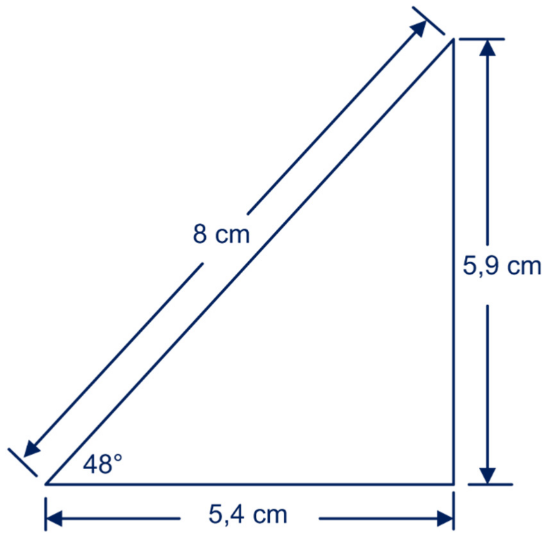
b Zie plaatje: $OV = 47$, $AB = 1\frac{1}{2}$, dus $AB = \frac{1}{2} \cdot OB$, dan ook $TV = \frac{1}{2} \cdot OV = 23\frac{1}{2}$.
Hoogte toren is $23\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} = 25$ meter.

4 **a**



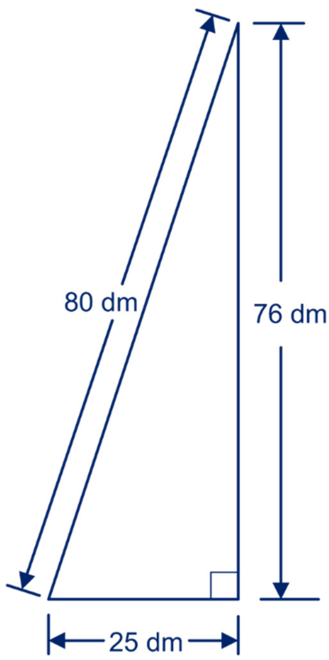
b Driehoek *PQB* is gelijkvormig met driehoek *VHB*, de vergrotingsfactor is $\frac{1050}{150} = 7$.
Dus $PQ = \frac{1680}{7} = 240$, dus zeilt ze 240 meter in 3 minuten. Dat is 240·20 = 4800 meter in een uur. Dat is 4,8 km/u.

5 **a**



b reikhoogte = 59 dm ; reikwijdte = 54 dm
c reikhoogte = 2 · 59 = 118 dm
reikwijdte = 2 · 54 = 108 dm
d reikhoogte: $\frac{3}{4} \cdot 59 \approx 44$ dm,
reikwijdte: $\frac{3}{4} \cdot 54 \approx 41$ dm
e uitschuiven: $\frac{90}{59} \cdot 80 \approx 122$ dm
reikwijdte: $\frac{90}{59} \cdot 54 \approx 82$ dm

6



7 **a** nee ; nee
b wordt groter ; wordt kleiner

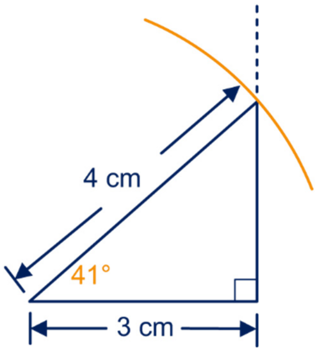
8 **a** ver: $\frac{5}{4} \cdot 3{,}60 = 4{,}50$ meter

hoog: $\frac{5}{4} \cdot 1{,}75 \approx 2{,}19$ meter

b $\frac{6}{3{,}60} \cdot 4 = 6\frac{2}{3}$ meter

c Nee, de reikwijdte neemt steeds sneller af.

d



9 **a**

	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
reikhoogte	1,7	3,4	5,0	6,4	7,7	8,7	9,4	9,8
reikwijdte	9,8	9,4	8,7	7,7	6,4	5,0	3,4	1,7

b Ze zijn samen 90°.

c

10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
3,4	6,8	10,0	12,8	15,4	17,4	18,8	19,6
19,6	18,8	17,4	15,4	12,8	10,0	6,8	3,4

10

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\sin\alpha$	0,17	0,34	0,50	0,64	0,77	0,87	0,94	0,98

12

α	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
$\cos\alpha$	0,98	0,94	0,87	0,77	0,64	0,50	0,34	0,17

13 Noem het hoogteverschil h, dan

$\sin 32° = \dfrac{h}{200}$, dus $h = 200 \cdot \sin 32° \approx 106{,}0$ m.

Dus 1060 dm.

24.2 SINUS EN COSINUS

14 Noem de hoogte van het trapje h, dan

$\sin(37°) = \dfrac{h}{4}$, dus $h = 4 \cdot \sin(37°) \approx 2{,}4$ m.

Noem die afstand a, dan:

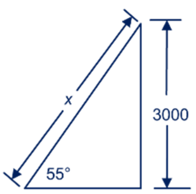
$\cos(37°) = \dfrac{a}{4}$, dus $a = 4 \cdot \cos(37°) \approx 3{,}2$ m.

15 Noem die afstand x, dan (zie plaatje):

$\sin(55°) = \dfrac{3000}{x}$, dus

$x = \dfrac{3000}{\sin(55°)} \approx 3662{,}3$ m.

Dat is 37 hm.

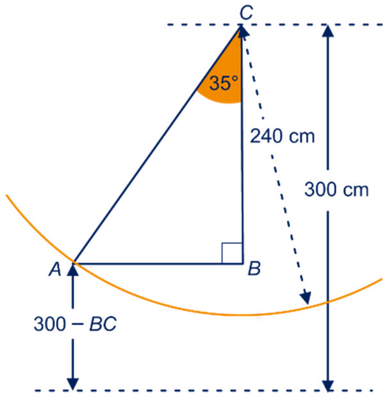


16 Zie plaatje hieronder.

In driehoek ABC: $\cos(35°) = \dfrac{BC}{240}$,

dus $BC = 240 \cdot \cos(35°) \approx 197$ cm.

De gevraagde afstand is 300 – 197 = 103 cm.



17 De lengte van het luik noemen we x.

Dan: $\dfrac{a}{x} = \sin(30°) = 0{,}5$ en $\dfrac{a+40}{x} = \sin(64°) = 0{,}9$.

Dus $x = \dfrac{a+40}{0{,}9}$ en $x = \dfrac{a}{0{,}5}$, dus

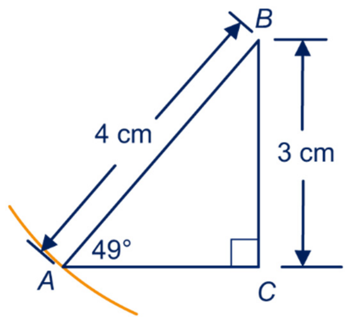
$\dfrac{a+40}{0{,}9} = \dfrac{a}{0{,}5}$. Hieruit volgt het gevraagde.

b $0{,}5a + 20 = 0{,}9a \Leftrightarrow 0{,}4a = 20 \Leftrightarrow a = 50$

c $\sin(30°) = \dfrac{50}{x}$, dus $x = 50 : \sin(30°) = 100$ cm.

24.3 INV SINUS EN INV COSINUS

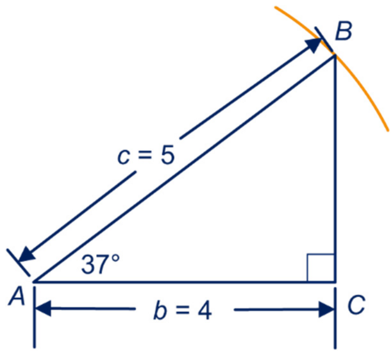
18 a



b 49°

c $\sin(\alpha) = \frac{3}{4} = 0{,}75$

19 a



b 37°

c cos (α) = $\frac{4}{5}$

inv cos ($\frac{4}{5}$) ≈ 36,8699°

20 a sin (α) = $\frac{10}{17}$, α ≈ 36°

b cos (α) = $\frac{12}{19}$, α ≈ 51°

21 De sinus van een hoek is altijd kleiner dan 1, want de schuine zijde is langer dan een rechthoekszijde.

22 a 0,068 · 18.000 = 1224 meter

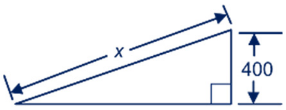
b sin (α) = 0,07, α ≈ 4°

c sin (α) = 0,11, α ≈ 6°

d $\frac{400}{x}$ = 0,07, dus:

x = $\frac{400}{0{,}07}$ ≈ 5714 m,

dus 5,7 km.



23 a schaal 1 : 2

b $5^2 + 12^2 = 13^2$

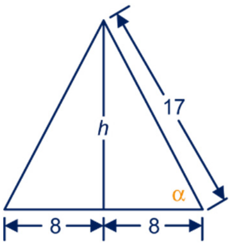
c sin (α) = $\frac{5}{13}$, α ≈ 22,6°

De hoeken zijn: 90,0 , 22,6 en 67,4 graden.

24 a $h^2 + 8^2 = 17^2$, dus h = 15, oppervlakte is 15 · 8 = 120.

b cos (α) = $\frac{8}{17}$, α ≈ 61,9°

Twee hoeken van 61,9° en één hoek van 56,1°.



24.4 TANGENS

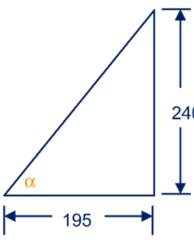
25 a tan (50°) = $\frac{7{,}7}{6{,}4}$ ≈ 1,203…

b tan (50°) = 1,19175…

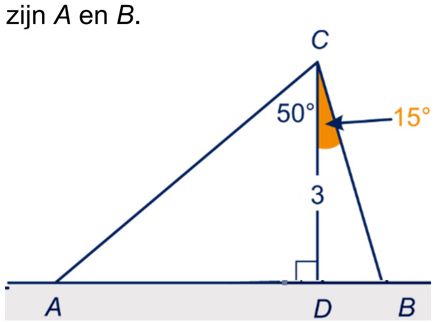
26 tan (α) = $\frac{2{,}40}{1{,}95}$,

dus α ≈ 51°.

De zonshoogte is 51°.



27 a Teken een lijnstuk CD van 3 cm. Teken bij D een loodlijn op CD en bij C aan de ene kant een hoek van 50° en aan de andere kant een hoek van 15°. De snijpunten met de loodlijn zijn A en B.



b tan (50°) = $\frac{AD}{3}$, dus AD = 3 · tan (50°) ≈ 3,575.

tan (15°) = $\frac{BD}{3}$, dus BD = 3 · tan (15°) ≈ 0,8038.

Dus AB = AD + BD ≈ 4,4.

cos (15°) = $\frac{3}{BC}$, dus BC = $\frac{3}{\cos(15°)}$ ≈ 3,1.

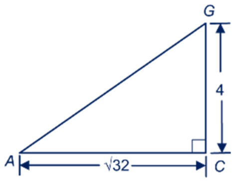
c Oppervlakte is 0,5 · 3 · 4,4 = 6,6.

24.5 GEMENGDE OPGAVEN

28 a $AC = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32}$

tan (∠GAC) = $\frac{4}{\sqrt{32}}$

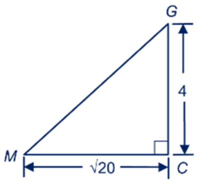
∠GAC ≈ 35°



b $MC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

tan (∠GMC) = $\frac{4}{\sqrt{20}}$

∠GMC ≈ 42°

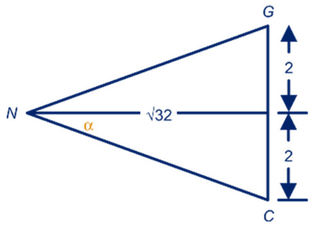


c Zie plaatje:

tan (α) = $\frac{2}{\sqrt{32}}$,

α ≈ 19,47

∠CNG ≈ 2·19,47 ≈ 39°.



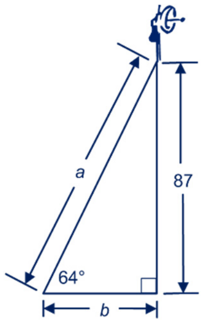
29 De lengte van de kabel noemen we a en de afstand tot de voet b. Dan:

sin (64°) = $\frac{87}{a}$,

dus a = $\frac{87}{\sin(64°)}$ ≈ 96,8 m

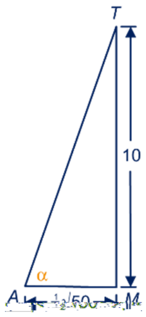
tan (64°) = $\frac{87}{b}$, dus

b = $\frac{87}{\tan(64°)}$ ≈ 42,4 m



30 M is het midden van het grondvlak, a een hoekpunt onder en T de top van de piramide. Dan is Am de helft van een diagonaal in het grondvlak. Je moet hoek α berekenen, zie plaatje.

$\tan(\alpha) = \dfrac{10}{\frac{1}{2}\sqrt{50}}$, $\alpha \approx 71°$.



31 a $AB = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$,

$BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$,

$AC = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$

b $\sqrt{5}^2 + \sqrt{20}^2 = 5^2$, want 5 + 20 = 25.

c $\cos(\beta) = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\tan(\beta) = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = 2$,

d $\sin(\gamma) = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos(\gamma) = \dfrac{\sqrt{20}}{5}$, $\tan(\gamma) = \dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}} = \frac{1}{2}$

e $\beta \approx 63°$ en $\gamma \approx 27°$

f $\sin(\gamma) = \cos(\beta)$, $\cos(\gamma) = \sin\beta$ en

$\tan(\gamma) = \dfrac{1}{\tan(\beta)}$

Overstaande rechthoekszijde van γ
= aanliggende rechthoekszijde van β
Overstaande rechthoekszijde van β
= aanliggende rechthoekszijde van γ
Schuine zijde is voor beide hetzelfde.

32 a $AB = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$,

$BC = 4$,

$AC = \sqrt{3^2 + 6^2} = \sqrt{45}$

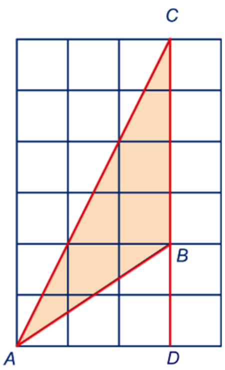
b Zie plaatje.

$\tan(\angle BAD) = \frac{2}{3}$,

dus $\angle BAD \approx 33{,}7°$.

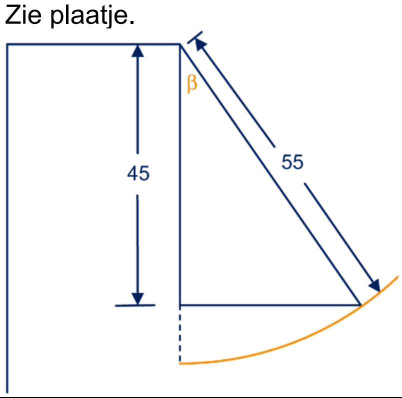
$\tan(\angle CAD) = \frac{6}{3} = 2$,

dus $\angle BAD \approx 63{,}4°$,



dus $\angle CAB = 63{,}4° - 33{,}7° = 29{,}7°$.

33 Zie plaatje.



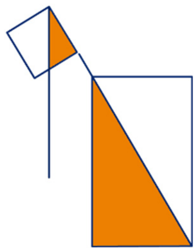
$\cos(\beta) = \dfrac{45}{55}$, dus $\beta \approx 35{,}1°$, dus

$\alpha \approx 90° + 35{,}1° = 125{,}1°$.

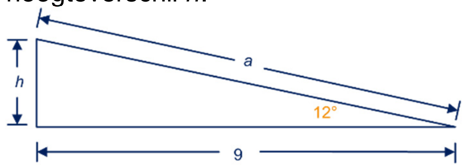
SUPER OPGAVEN

4 De oker driehoeken zijn gelijkvormig, want ze hebben beide een rechte hoek en de hoeken waar de punt in staat zijn gelijk (F-hoeken).
De vergrotingsfactor is
Dus de diepte is

$33\frac{1}{3} \cdot 30 = 1000$ cm, dus 10 meter.



13 Zie plaatje. De lengte van de buis is a en het hoogteverschil h.



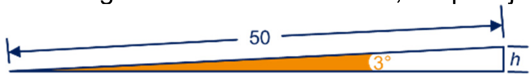
$\cos(12°) = \dfrac{9}{a}$, dus $a = \dfrac{9}{\cos(12°)} \approx 9{,}2$ dm.

$\sin(12°) = \dfrac{h}{a}$, dus $h = a \cdot \sin(12°) \approx 1{,}9$ dm.

Of met de stelling van Pythagoras:

$$h = \sqrt{\left(\frac{9}{\cos(12°)}\right)^2 - 9^2} \approx 1{,}9 \text{ dm.}$$

14 Het hoogteverschil noemen we h, zie plaatje.



Dan $\sin(3°) = \dfrac{h}{50}$, dus $h = 50 \cdot \sin(3°) \approx 2{,}6$ m.

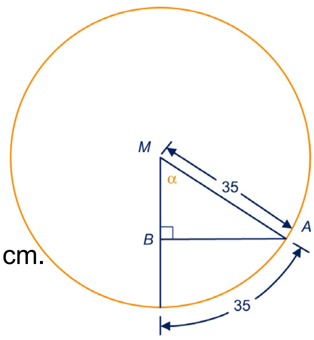
15 Zie plaatje.

$\alpha = \dfrac{35}{2\pi \cdot 35} \cdot 360° \approx 57{,}3°$

$\cos(\alpha) = \dfrac{BM}{AM} = \dfrac{BM}{70}$

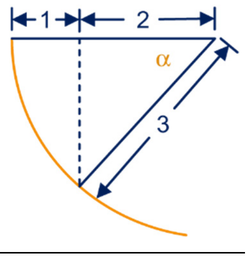
Dus
$BM = 35 \cdot \cos(57{,}3°) \approx 19$ cm.

De gevraagde hoogte is
35 – 19 = 16 cm.



20 $\cos(\alpha) = \frac{2}{3}$, dus

$\alpha \approx 48°$.



23 $\frac{CH}{10} = \sin(70°)$, dus $CH = 10 \cdot \sin(70°)$.

$\sin(\beta) = \frac{CH}{15} = \frac{10 \cdot \sin(70°)}{15}$, dus $\beta \approx 38{,}8°$

$HB^2 = 15^2 - CH^2$ geeft: $HB \approx 11{,}69$

$AH = 10 \cdot \cos(70°) \approx 3{,}42$ en

$AB = AH + HB \approx 15{,}1$

27 a $\tan(2\frac{1}{2}°) = \frac{h}{x}$, dus $h = x \cdot \tan(2\frac{1}{2}°)$

b $h = (200 + x) \cdot \tan(2°)$

c $x \cdot \tan(2\frac{1}{2}°) = 200 \cdot \tan(2°) + x \cdot \tan(2°)$, dus

$0{,}043\ldots \cdot x = 0{,}034\ldots \cdot x + 6{,}98\ldots$

$x = \frac{6{,}98\ldots}{0{,}043 - 0{,}034} = 799{,}086\ldots$ m

$h = 799{,}086 \cdot \tan(2\frac{1}{2}°) \approx 34{,}9$ m

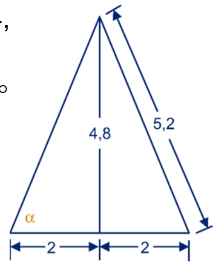
29 a Zie plaatje: $\tan(\alpha) = \frac{4{,}8}{2} = 2{,}4$,

dus $\alpha \approx 67{,}4°$.

Er zijn twee hoeken van 67,4° en één van

$180° - 2 \cdot 67{,}4° = 45{,}2°$.

Dus: 67, 67 en 45 graden.



b Zie plaatje: $\tan(\beta) = \frac{5{,}2}{2} = 2{,}6$,

dus $\beta \approx 69°$.

Die hoeken zijn dus 69, 21 en 90 graden.

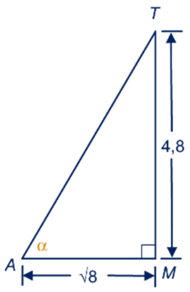
c Zie plaatje.

A is een hoekpunt van het vierkante grondvlak.

M is het midden van het grondvlak en *T* het punt midden boven.

Dan $\tan(\alpha) = \frac{4{,}8}{\sqrt{8}}$,

dus $\alpha \approx 59°$.



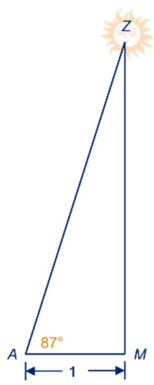
24.6 EXTRA OPGAVEN

1 a $90° - 82{,}8° = 7{,}2°$

b $7{,}2 : 360 = 0{,}02$

2 a Zie plaatje.

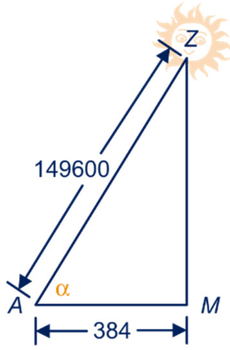
$AZ = \frac{1}{\cos(87°)} \approx 19{,}1$



b Zie plaatje.

$\cos(\alpha) = \frac{384}{149.600}$,

dus $\alpha \approx 89{,}85°$



c $\frac{1}{\cos(89{,}85°)} : 1 = 382 : 1$

$\frac{1}{\cos(89{,}86°)} : 1 = 409 : 1$

d $\cos(89{,}05°) = \frac{OB}{OM}$, dus

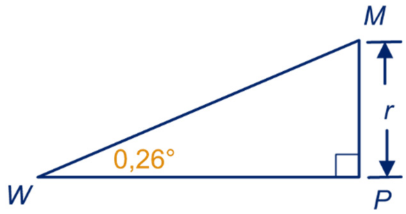
$OM = \frac{1}{\cos(89{,}05°)} \approx 60$

vanaf het middelpunt, (of 59 vanaf de rand).

e Straal aarde is $\frac{40.076{,}6}{2\pi} \approx 6378$ km.

Afstand is $59 \cdot 6378 \approx 376.000$ km (vanaf de rand).

3 a



$\tan(0{,}26°) = \frac{r}{WP}$, dus $r = WP \cdot \tan(0{,}26°) \approx 1700$ km

$\sin(0{,}26°) = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \sin(0{,}26°) \approx 1700$ km

b $\tan(0{,}26°) = \frac{r}{WM}$, dus $r = WM \cdot \tan(0{,}26°) \approx 1700$ km

c $\frac{\text{afstand aarde} - \text{zon}}{\text{afstand aarde} - \text{maan}} = 390$, dus

Straal zon is $390 \cdot 1700 \approx 663.000$ km.

4 a $\text{lengte}^2 = 25^2 + 6^2 = 661$, dus lengte $\approx 25{,}7$

b $\tan(\alpha) = \frac{25}{6}$, dus $\alpha \approx 77°$.

5 $\tan(\angle PAB) = \frac{5}{7}$, dus $\angle PAB \approx 36°$ en

$\angle PBA = 90° - 36° = 54°$.

6 De stijging op het eerste stuk is *x* meter en op het tweede *y* meter. Dan:

$x = 800 \cdot \sin(6°)$ en $y = 1200 \cdot \sin(13°)$,

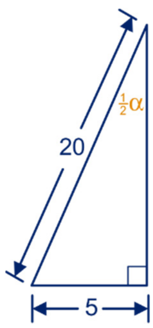
$x + y \approx 354$ meter stijging.

7 Zie plaatje.

$\sin(\frac{1}{2}\alpha) = \frac{5}{20}$,

$\frac{1}{2}\alpha = 14{,}477\ldots°$,

dus $\alpha \approx 29°$.



8 tan ($\angle BFC$) = $1\frac{1}{3}$, dus $\angle BFC \approx 53°$

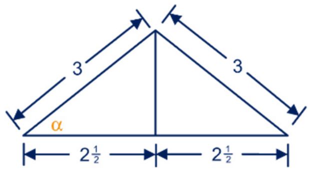
$BD^2 = 8^2 + 4^2 = 80$, $BD = \sqrt{80}$

tan ($\angle BED$) = $\frac{\sqrt{80}}{3}$, dus $\angle BED \approx 71°$.

$FB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
$EB^2 = 8^2 + 4^2 + 3^2 = 89$
tan ($\angle FBE$) = $\frac{8}{5}$, dus $\angle FBE \approx 58°$.

9 De gevraagde hoek noemen we α. Een diagonaal in het grondvlak is $\sqrt{8^2+6^2} = 10$, dus tan (α) = $\frac{10}{5} = 2$ en $\alpha \approx 63{,}4°$.

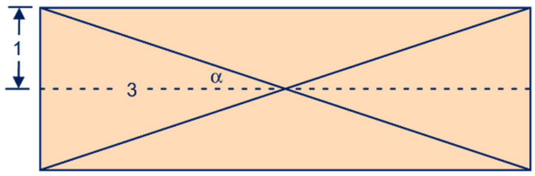
10 Zie plaatje.
cos (α) = $\frac{2\frac{1}{2}}{3}$, dus
$\alpha \approx 33{,}6°$.



Er zijn dus twee hoeken van 33,6° en één hoek van 180° – 2 · 33,6° = 112,9°.
De hoeken zijn 34, 34 en 113 graden.

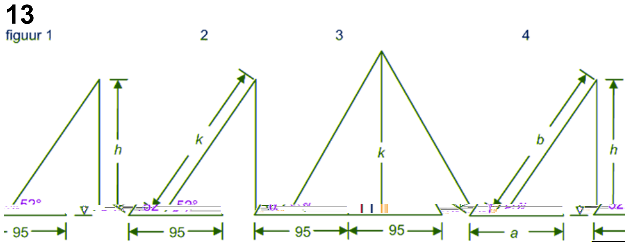
11 De diagonaal van het grote vierkant is $\sqrt{72}$.
De diagonaal van het kleine vierkant is $\sqrt{72} - 6$, de zijde is $(\sqrt{72} - 6) \cdot \cos(45°) \approx 1{,}76$.

12 Zie plaatje.



tan (α) = $\frac{1}{3}$, dus $\alpha \approx 18{,}4°$, dus de gevraagde hoek is ongeveer 37°.

13



a Zie figuur 1: $h = 95 \cdot \tan(52°) \approx 121{,}6$ meter

b Zie figuur 2: $k = \frac{95}{\cos(52°)} \approx 154{,}3$ meter

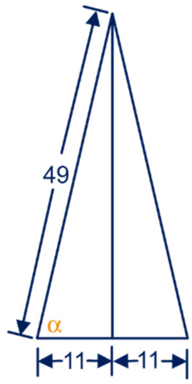
c Zie figuur 3: tan (α) = $\frac{k}{95} \approx 1{,}624..$, $\alpha \approx 58{,}4°$
$\beta = 180° - 2 \cdot 58{,}4° = 63{,}2°$

d Zie figuur 4:
De halve diagonaal van het grondvlak noemen we a.
$a^2 = 95^2 + 95^2 = 18.050$, dus $a \approx 134{,}35$ m.
De opstaande ribbe noemen we b.
$b = \sqrt{121{,}6^2 + 134{,}35^2} \approx 181$ m

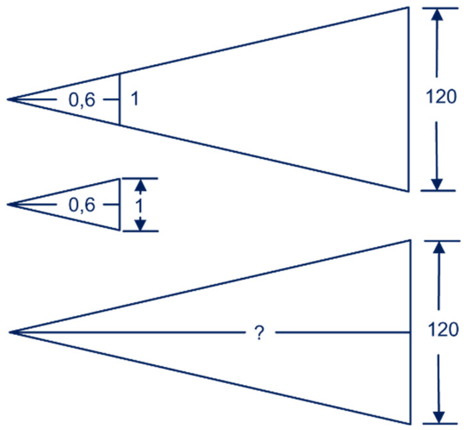
e Die hoek noemen we γ, dan tan (γ) = $\frac{121{,}6}{134{,}35}$ en $\gamma \approx 42°$.

14 a cos (α) = $\frac{11}{49}$, dus $\alpha \approx 77°$

b hoogte$^2 = 49^2 - 11^2$,
dus hoogte $\approx 47{,}7$ cm,
dus 477 mm.

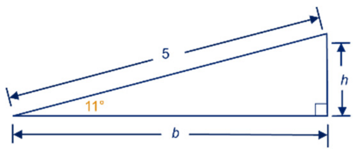


15



Zie schets: vergrotingsfactor kleine naar grote driehoek is 120 .
Dus ? = 0,6 · 120 = 72 m.

16 a

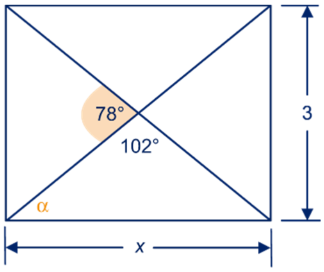


sin (11°) = $\frac{h}{5}$ geeft: $h = 5 \cdot \sin(11°) \approx 0{,}954$ m.

b $b = 5 \cdot \cos(11°) \approx 4{,}9$
Een optrede is $\frac{0{,}954}{5} \approx 0{,}19$ m, dus 19 cm.
Een aantrede is ongeveer $\frac{4{,}9}{5}$ m, dus 98 cm.

17 Zie plaatje: $\alpha = \frac{1}{2}(180° - 102°) = 39°$

$\tan(39°) = \frac{3}{x}$, dus $x = \frac{3}{\tan(39°)} \approx 3{,}7$.



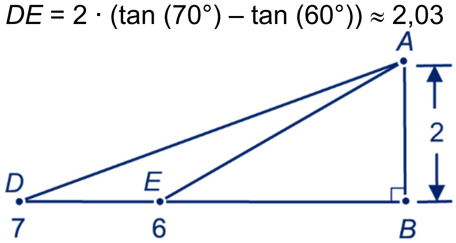
18 $\tan(62{,}71°) = \frac{PQ}{108{,}73}$ geeft:

$PQ \approx 210{,}751$ m, dus 21.075 cm.

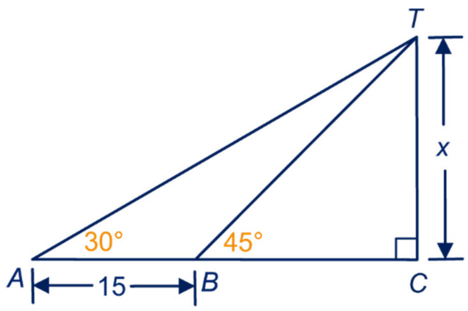
19 $\tan(70°) = \frac{DB}{2}$, dus $DB = 2 \cdot \tan(70°)$

$EB = 2 \cdot \tan(60°)$

$DE = 2 \cdot (\tan(70°) - \tan(60°)) \approx 2{,}03$



20



a Zie plaatje: $BC = x$, want driehoek BCT is gelijkbenig.

$\tan(30°) = \frac{x}{x+15}$, dus

$x + 15 = \frac{x}{\tan(30°)} = 1{,}73x$

b $x + 15 = 1{,}73x$

$15 = 0{,}73x$

$x = \frac{15}{0{,}73} \approx 20{,}5$ m

21 $\tan(75°) = \frac{KD}{36{,}75}$

$KD = 36{,}75 \cdot \tan(75°) \approx 137{,}15$ m

Dus ongeveer 137 meter.