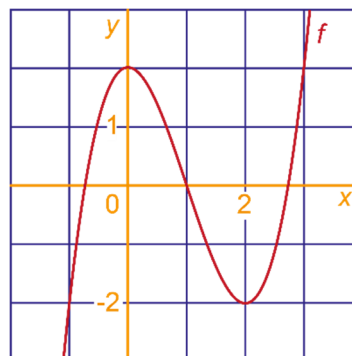




1 Hiernaast staat de grafiek van de functie f met $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

- a Bepaal met behulp van de grafiek zo goed mogelijk het punt waar de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek -3 is. Licht je werkwijze toe.



- b Bereken de coördinaten van het punt uit a met behulp van de afgeleide.

- c Bereken het maximum en het minimum van $f(x)$ exact.

We bekijken $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$.

- d Wat is de grootste waarde van $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ als je voor x alle mogelijke waarden uit het interval $[2, 3]$ invult. Lees dat af uit de grafiek van f . Licht je werkwijze toe.

- e Wat is $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$? Bepaal je antwoord langs algebraïsche weg zonder een 'deling' te maken.

- f Voor welke waarden van p heeft de vergelijking in x : $x^3 - 3x^2 + 2 = p$ drie oplossingen? Licht je antwoord toe. Je mag geen GR gebruiken!

2 Gegeven is de functie f met $f(x) = \frac{1}{x}$.

Zoals bekend geldt: $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.

- a Laat zien dat $f(x) - f(a)$ te schrijven is als $\frac{a - x}{xa}$.

- b Hoe volgt hieruit dat $\frac{f(x) - f(a)}{x - a} = -\frac{1}{xa}$?

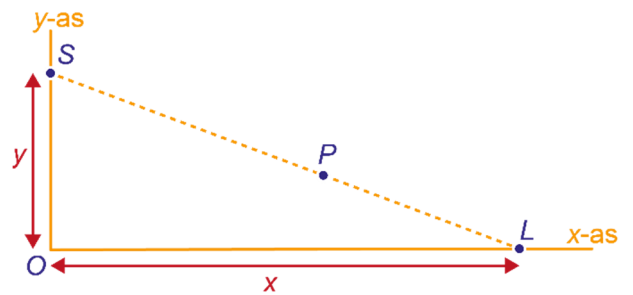
- c Geef een formule voor $f'(a)$.

Vervolg 2

- d Laat zien dat de regel:
Als $f: x \rightarrow x^n$, dan $f': x \rightarrow n \cdot x^{n-1}$ ook voor $n = -1$ geldt.

- e Geef langs algebraïsche weg een vergelijking van de raaklijn aan de grafiek van f in $(2, \frac{1}{2})$.

- 3 In het punt L op de x -as bevindt zich een puntvormige lichtbron. De afstand van L tot de oorsprong $O(0,0)$ noemen we x . De schaduw S van het punt $P(4,1)$ ligt op de y -as (dat is dus het projectiescherm). De afstand van S tot O noemen we y . Er geldt: $y = \frac{x}{x-4}$.



- a Toon dit met gelijkvormigheid aan.

Als $x = 8$, dan $y = 2$. We laten x toenemen tot $8 + \Delta x$, dan neemt y toe tot $2 + \Delta y$.

- b Toon met een berekening aan dat $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{4 + \Delta x}$.

- c Wat is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan de grafiek in het punt $(8,2)$?

Het lampje wordt over de x -as naar rechts bewogen. Het gaat met een snelheid van 20 cm/sec door $(8,0)$.

- d Met welke snelheid gaat de schaduw door $(0,2)$?

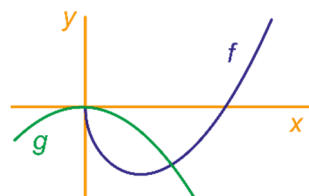
- 4 Gegeven zijn de functies

$$f: x \rightarrow \frac{1}{4}x^2 - 2\sqrt{x}$$

en

$$g: x \rightarrow -\frac{1}{4}x^2.$$

De grafieken staan in de figuur.



- a Bereken de nulpunten van $f(x)$ exact.
b Bereken exact de eerste coördinaat van het punt op de grafiek van f waar de raaklijn horizontaal is.

De verticale lijn $x = p$, voor een of ander getal $p > 0$ snijdt de grafieken van f en g in P en Q . De raaklijn in P aan de grafiek van f is evenwijdig aan de raaklijn in Q aan de grafiek van g .

- c Bereken p exact.