



1. Een dennenboom groeit (in het begin) exponentieel met 10% per jaar. De hoogte van de boom (in meters) noemen we H en de tijd (in jaren) t .

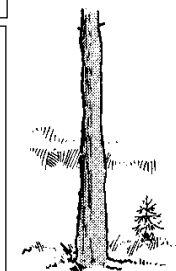
4pt **a** Stel de differentiaalvergelijking op die hoort bij exponentiële groei met 10% per jaar.

2pt **b** Geef de algemene oplossing van de differentiaalvergelijking.

De boom blijft niet exponentieel doorgroeien: de maximale lengte die een dennenboom van die soort kan bereiken is 30 m.

5pt **c** Stel de differentiaalvergelijking op bij een geremde groei met een verzadigingsniveau van 30 m, waarbij de groei aan het begin nagenoeg exponentieel is met 10% per jaar. Geef een toelichting.

5pt **d** Iemand plant een dennenboom van 1 m lang. Geef de formule voor de hoogte van die boom na t jaar. Ga er vanuit dat de hoogtefunctie oplossing van de differentiaalvergelijking uit **c** is.



2. Gegeven is de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = \sqrt{xy}$. Voor een oplossingsfunctie f van de differentiaalvergelijking geldt: $f(2) = 3$.

9pt Benader $f(1)$ met de GR met behulp van de methode van Euler. Neem stapgrootte 0,1. Beschrijf je werkwijze.

3. Hiernaast staat het lijnelementenveld bij de

$$\frac{dy}{dx} = y - x.$$

2pt a Schets de grafieken van enkele oplossingsfuncties van de differentiaalvergelijking in het lijnelementenveld.

Een lineaire oplossingsfunctie gaat door $(0,1)$.

1pt b Schets ook de grafiek van deze functie in het lijnelementenveld (als je dat nog niet gedaan hebt).

4pt c Bepaal algebraïsch de vergelijking van de lineaire functie die oplossing is van de differentiaalvergelijking. Controleer je antwoord met de grafiek.

Veronderstel dat de functie f oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking is. We maken hierbij de functie g als volgt: $g(x) = f(x) - x - 1$.

4pt e Laat zien dat g oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = y$ is.

5pt f Geef een formule van de oplossingsfunctie van de differentiaalvergelijking $\frac{dy}{dx} = y - x$ die door $(0,3)$ gaat. Licht je antwoord toe.
Tip. Gebruik e.

4. Hiernaast staat het lijnelementenveld bij de

$$\frac{dy}{dx} = x^2 y.$$

Punt P ligt op de lijn $y = 2$.

De raaklijn aan de oplossingsfunctie door punt P gaat door de oorsprong.

4pt a Bereken exact de x -coördinaat van P .

