Algebraïsche vaardigheden

Opdracht
Elk groepje krijgt een aantal kaartjes. Voer de opdrachten op de kaartjes uit.

Probleem 1

$(a^2+b^2)\cdot(c^2+d^2) = (ac+bd)^2+(bc-ad)^2$
Kies voor a, b, c en d enkele getallen en controleer of de formule voor die keuze klopt.

Opdracht 1
Toon aan dat de formule klopt voor de volgende drie speciale gevallen:
$b = d = 0$
$a = b$ en $c = d$
$a = c$ en $b = d$

Opdracht 2
Bewijs de formule van opdracht 1 door beide leden van de formule zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk te schrijven.

Probleem 2

Kies voor a, b en c enkele getallen en controleer de onderstaande formule voor die keuze klopt: $(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 + (a-b+c)^2 + (-a+b+c)^2 = 4(a^2+b^2+c^2)$

Opdracht 1
Toon aan dat de formule klopt voor de volgende twee speciale gevallen:
$c = 0$
$a = b$

Opdracht 2
Bewijs de formule van opdracht 1 door beide leden van de formule zonder haakjes en zo eenvoudig mogelijk te schrijven.

Opdracht 3
Maak net zo'n formule:
$(a+b+c)^2 + (a+b-c)^2 - (a-b+c)^2 - (-a+b+c)^2 = \ldots$

Probleem 3

Elk even getal kun je schrijven als $2k$, elk oneven getal als $2k+1$, met k geheel.

Opdracht 1
Het kwadraat van een even getal is een viervoud.
- Controleer dat voor elke gevallen. Kun je uitleggen dat dat algemeen geldt?

Opdracht 2
Het kwadraat van een oneven getal is een viervoud plus 1.
- Controleer dat voor elke gevallen. Kun je uitleggen dat dat algemeen geldt?

Opdracht 3
Bestaat er een kwadraat dat eindigt op 41? En op 42? En op 43? En op 44?

Opdracht 4
Elk getal is een drievoud, een drievoud plus 1 of een drievoud plus 2.
Het kwadraat van een getal is altijd een drievoud of een drievoud plus 1.
- Toon dat aan.

Probleem 4

1, 2, 4 kun je schrijven als som van twee kwadraten:
$1 = 0^2 + 1^2$; $2 = 1^2 + 1^2$; $4 = 0^2 + 2^2$
3 kun je niet schrijven als som van twee kwadraten. 13 wel: $2^2 + 3^2$

Opdracht 1
Maak een tabel met kop:

a	b	a^2+b^2	$2(a^2+b^2)$	s	t

Vul voor a en b getallen in, en zoek hierbij getallen s en t zó, dat
$s^2+t^2=2(a^2+b^2)$

Opdracht 2
Laat zien: als een getal som is van twee kwadraten, dan is het dubbele dat ook.

Probleem 5

Ga (zonder rekenmachine) na dat het volgende juist is.

$5\sqrt{\frac{5}{24}} = \sqrt{5\frac{5}{24}}$, $13\sqrt{\frac{13}{168}} = \sqrt{13\frac{13}{168}}$

Opdracht 1

In formulevorm luidt de wortelvereenvoudiging: $a\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a+\frac{a}{b}}$.

Zoek twee getallen *a* en *b* waarvoor de formule niet klopt.

Zoek ook twee getallen *a* en *b* ($a \neq 5$ en $a \neq 13$) waarvoor de formule wel klopt.

Opdracht 2

Bepaal de getallen *a* en *b* waarvoor $a\sqrt{\frac{a}{b}} = \sqrt{a+\frac{a}{b}}$ juist is.

Probleem 6

Ga na:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 + 1$ is een kwadraat;

$2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 + 1$ is een kwadraat.

Opdracht 1

Formuleer een vermoeden in formuletaal.

Opdracht 2

Bewijs de formule van opdracht 1.

Probleem 7

- Neem drie opeenvolgende gehele getallen.
- Bereken de derdemachten van deze getallen.
- Tel de grootste en de kleinste derdemacht op en trek er twee keer de middelste derde macht af.
- Vergelijk het resultaat met het middelste van de drie opeenvolgende getallen.

Opdracht 1

Formuleer een vermoeden in formuletaal.

Opdracht 2

Bewijs de formule van opdracht 1.